ESTRUCTURAS DE MADERA: UNA LECTURA PRÁCTICA EN LA NORMATIVA

(III) LA VIGA MIXTA CON CONEXIÓN FLEXIBLE

Por

JORGE FERNÁNDEZ-LAVANDERA

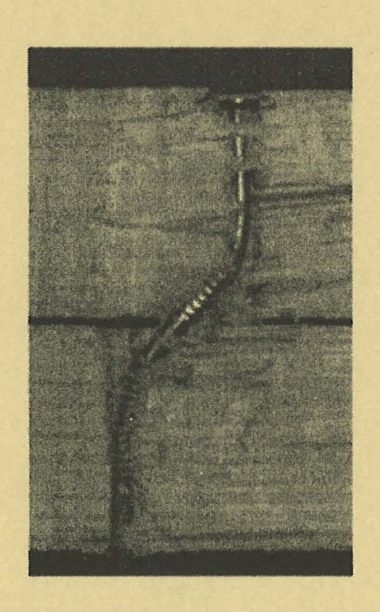
JOSÉ L. FERNÁNDEZ CABO

JOSÉ MIGUEL ÁVILA JALVO

RAFAEL DÍEZ BARRA

MIGUEL ÁVILA NIETO

JAVIER ÁVILA NIETO



CUADERNOS

DEL INSTITUTO

JUAN DE HERRERA

DE LA *ESCUELA DE*

ARQUITECTURA

DE MADRID

1-76-02

ESTRUCTURAS DE MADERA: UNA LECTURA PRÁCTICA EN LA NORMATIVA

(III) LA VIGA MIXTA CON CONEXIÓN FLEXIBLE

Por

Jorge Fernández-Lavandera

José L. Fernández Cabo

José Miguel Ávila Jalvo

Rafael Díez Barra

Miguel Ávila Nieto

Javier Ávila Nieto

**CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE*
ARQUITECTURA
*DE MADRID***

1-76-02

C U A D E R N O S
D E L I N S T I T U T O
J U A N D E H E R R E R A

NUMERACIÓN

5 Área
65 Autor
02 Ordinal de cuaderno (del autor)

ÁREAS

0 VARIOS
1 ESTRUCTURAS
2 CONSTRUCCIÓN
3 FÍSICA Y MATEMÁTICAS
4 TEORÍA
5 GEOMETRÍA Y DIBUJO
6 PROYECTOS
7 URBANISMO
8 RESTAURACIÓN

Estructuras de madera: una lectura práctica de la normativa (III): LA VIGA MIXTA CON CONEXIÓN FLEXIBLE

Instituto Juan de Herrera.
Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.
Composición y maquetación: Lucía Alba Fernández
CUADERNO 262.01/ 1-76-02
ISBN 13: 978-84-9728-275-8
ISBN 13: 978-84-9728-225-3 (obra completa)
Depósito Legal: M-36877-2008

4.1. Introducción

En este capítulo se ofrecen algunas referencias sobre conectores y se completan otras cuestiones necesarias para el diseño y el cálculo. Otros aspectos tan relevantes como la reología y el apeo se tratarán posteriormente.

4.2. Clasificaciones de los conectores

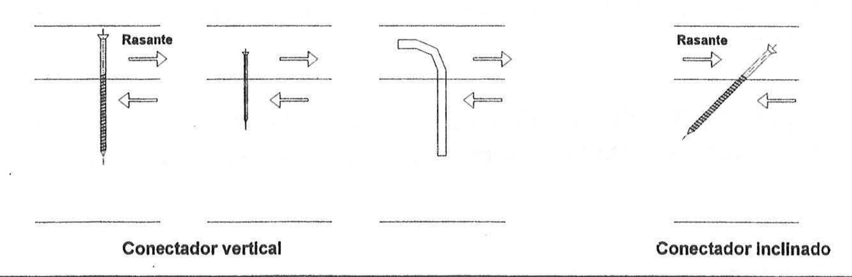
Una primera diferenciación que puede establecerse es entre conexión discreta (puntual) y de tipo continuo (U. Barbisan y F. Laner, 1994, ref. [11]). La discreta corresponde a la colocación de conectores más o menos distanciados (tirafondos, barras encoladas, tubos, crampones, etc). El tipo continuo consiste en un elemento de conexión (alma) a lo largo de toda la pieza (sistemas Tampone, Llear, de acanaladura longitudinal, etc). Es claro que, con notables separaciones entre conectores, pierde aproximación el estudio en base al supuesto de conexión continua.

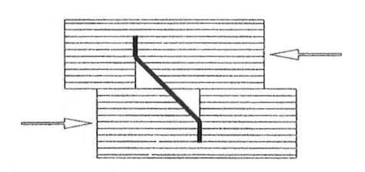
En el caso de clavijas normales a la interfase ha sido frecuente, cuando los materiales están en contacto, designarlos como conectores de cortante y, cuando los materiales se encuentran separados, como conectores a flexión y cortante. La nomenclatura es práctica e intuitiva, aunque en realidad en ambas modalidades los conectores sufren un estado de flexión y corte. Con conectores inclinados, más propios en la estructura mixta entre madera y hormigón, suele denominárseles de axial en referencia a su principal mecanismo de trabajo frente al rasante.

Otra clasificación de los sistemas de conexión, en la estructura mixta madera-hormigón, es la indicada por F. Arriaga Martitegui et al. (2002) en la ref. [8]. Diferencia entre conectores de clavija (clavo, tirafondo, barra encolada, etc.), conectores de superficie (anillos, crampones, tubos, conector HSB, conector de Tecnaria), cajeados en la madera (cilíndricos, rectangulares, trapeciales) acompañados en general de clavijas contra el despegue (o el caso más singular de bulones pretensados), uniones encoladas en ranuras longitudinales a la madera y embebidas en el hormigón mediante celosías (sistema Llear) o palastros (sistemas Tampone y derivados) y otros sistemas (LPR-Peter Cox, Lambillon conformando una vigueta oculta de hormigón armado).

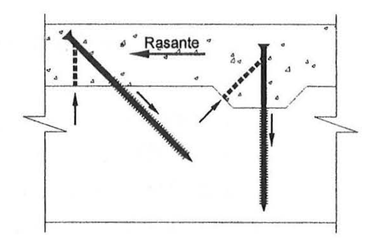
A efectos de diseño, el aspecto clave de la conexión es la rigidez unitaria (dimensiones de fuerza por unidad de superficie). En el caso de conexión puntual, su módulo de deslizamiento (K_{ser}) dividido por la separación (s); la rigidez máxima corresponderá, por tanto, a la distancia mínima admisible a que pueden disponerse.

Como a partir de cierto umbral los aumentos del cosido no suponen mejoras claramente significativas en la respuesta estructural, no es en general necesario recurrir a diseños de conexión demasiado próximos al límite de la viabilidad constructiva. En la práctica, los conectores más habituales son clavijas verticales o inclinadas (en torno a 45°).





Con clavijas verticales se origina un aplastamiento local de la madera y una flexión del conector (figura de la derecha); el deslizamiento resulta más relevante. Con éstos puede considerarse razonable una eficiencia del orden del 60 al 80 % en los casos más frecuentes.



En los inclinados se produce un mecanismo de biela-tirante muy rígido, de forma que el deslizamiento es considerablemente menor. Pueden obtenerse eficiencias en la respuesta estructural del orden del 90 % y superiores. Con débil rozamiento, máxime si se coloca un plástico protector de la madera, la biela tiende a ser vertical mientras que, con entalladura, se favorece su inclinación (ver figura al margen).

Si hay separación notable entre los materiales las clavijas verticales resultan muy flexible perdiéndose bastante eficacia. Puede ser preferible recurrir a la conexión inclinada o a otro sistema de alta rigidez; en definitiva a conformar un "alma" adecuadamente rígida. Posteriormente se ofrece un repertorio de conexiones.

4.3. Módulos de deslizamiento y resistencia de algunos conectores

-Normativa

Para las conexiones más habituales no objeto de patente, CTE: SE-M, transcribiendo a EC-5, aporta la siguiente tabla para uniones entre maderas en contacto:

Tipo de elemento de fijación	Madera – madera Tablero - madera
Pasadores Pernos sin holgura (1) Tirafondos Clavos con pretaladro	$\rho_m^{1,5} \cdot d / 23$
Clavos sin pretaladro	$\rho_m^{1,5} \cdot d^{0,8} / 30$
Grapas	$\rho_m^{1,5} \cdot d^{0,8} / 80$
Conectores de placa (tipo A según norma UNE EN 912) Conectores de anillo (tipo B según norma UNE EN 912)	$\rho_m \cdot d_c / 2$
Conectores dentados Conectores de una cara (tipos C1 a C9 y C11 según norma UNE EN 912) Conectores de doble cara (tipo C10 según UNE EN 912)	 $\rho_m \cdot d_c / 4$ $\rho_m \cdot d_c / 2$

(1) La holgura debe añadirse independientemente a la deformación.

Si las densidades medias de las dos piezas unidas derivadas de la madera son diferentes ($\rho_{m,1}$, $\rho_{m,2}$), se tomará como valor de ρ_m el siguiente:

$$\rho_m = \sqrt{\rho_{m,1} \cdot \rho_{m,2}}$$

Para uniones entre madera acero o madera hormigón, K_{ser}, puede multiplicarse por 2.

Para uniones de madera a otro material más rígido como acero u hormigón, admite duplicar el módulo de deslizamiento, como si éste se originase en su totalidad en la madera.

Para el estudio de la resistencia, éstas y otras normativas incluyen también formulaciones. En el caso de clavijas citan formas algo más elaboradas de las ecuaciones clásicas de K. W. Johansen (1949).

En forjados mixtos madera-hormigón, puede aplicarse el caso de simple cortadura de madera contra chapa de acero (en general gruesa: t ≥d). Las ecuaciones son, según las cita SE-M:

$$F_{v,R_k} = \min \left| \begin{array}{c} f_{h,1,k}\, t_1\, d \left(\sqrt{2 + \dfrac{4 M_{y,R_k}}{f_{h,1,k}\, d\, t_1^2}} - 1 \right) \\ 2{,}3 \sqrt{M_{y,R_k}\, f_{h,1,k}\, d} \\ f_{h,1,k}\, t_1\, d \end{array} \right|$$

Para que el módulo "K_{ser}" no resulte limitado por la distancia de penetración de la clavija en la madera, es conveniente que ésta (t_1) no resulte limitante de la carga de rotura (segunda ecuación). Un análisis detallado puede verse, por ejemplo, en el trabajo de P. Gelfi, et al. (2002, ref. [31]). Otro estudio referente a la influencia de la esbeltez del anclaje es el de J.L Fernández Cabo et al. (WCTE 2006, ref. [26]) citado en la bibliografía.

Los valores del modulo "K_{ser}" indicados por EC-5 son para el análisis en estado límite de servicio. Para los estados límites últimos propone reducir estos valores por el factor "2/3", utilizando con ello un módulo secante en previsión de un comportamiento no lineal.

En cuanto a la resistencia de los conectores en el hormigón, aspecto en general menos limitante, cabe referirse a EC-4 (ref. [19]). Para conectores de tipo clavija, según EC-4 (d: diámetro, h: anclaje):

Resistencia cortante perno: $P_{rd} = 0{,}8\, f_u \left(\pi\, d^2 / 4 \right) / \gamma_v$

Aplastamiento hormigón: $P_{rd} = 0{,}29\, \alpha\, d^2 \sqrt{f_{ck}\, E_{cm}} / \gamma_v$

$\alpha = 0{,}2 \left[(h/d) + 1 \right]$ para $3 \le h/d \le 4$; $\alpha = 1$ para $h/d > 4$

-Expresión del módulo de deslizamiento de A. Ceccotti (ref. [15])

Para estructura mixta entre madera y hormigón, con ambos materiales en contacto y clavijas verticales, ha sido muy utilizada la expresión propuesta por A. Ceccotti:

$$K_{ser} = 0{,}125\, E_{0,medio}\, d$$

en donde el módulo de deslizamiento "K_{ser}" se obtiene en "N/mm" introduciendo el diámetro "d" de la clavija en "mm" y el módulo de elasticidad medio de la madera "$E_{0,medio}$" en N/mm^2.

Los valores son más elevados que los admitidos por EC-5 y SE-M para clavijas duplicando el módulo de deslizamiento de la unión entre maderas.

De manera práctica puede aconsejarse el empleo de esta expresión en el caso de barras encoladas con las que se obtiene mayor rigidez. En este caso también puede admitirse hasta un 20 % de mejora en la resistencia a aplastamiento en la madera.

En un trabajo más reciente, A. Ceccotti, M. Fragiacomo y R. Gutkowski (RILEM, 2006, ref. [17]) proponen incluso considerar, duplicando los valores propuestos por Turrini-Piazza en 1983:

$$K_{ser} = 0{,}16\, E_{0,medio}\, d$$

para la respuesta a corto plazo. Sin embargo, y en base a los resultados experimentales, aconsejan que a largo plazo se adopte para la conexión un coeficiente de fluencia del orden del doble que el de la madera:

$$K_{rer,\infty} = \frac{K_{ser}}{1+2\,K_{def}}$$

-Ecuaciones de P. Gelfi et al.(2002) para clavijas verticales y separación de materiales (ref.[31])

Para contemplar la posibilidad de separación de materiales con clavijas verticales puede utilizarse la propuesta de P. Gelfi, E. Giuriani, y A. Marini (ASCE, 2002).

En el supuesto de entregas lo suficientemente largas para considerarlas como vigas semi-infinitas sobre fundación elástica, siendo "t" la separación entre materiales, "d" el diámetro de la clavia y "k_c" y "k_w" los balastos (fuerza / longitud^2 con efecto resorte k_i d):

$$K_{ser} = \frac{12(\alpha_c\,\alpha_w)^3\,E_s\,I_s}{Z} = \frac{12\,E_s\,I_s}{l_*^3}$$

$$\alpha_c = \sqrt[4]{\frac{k_c}{4\,E_s\,I_s}} \;\; ; \;\; \alpha_w = \sqrt[4]{\frac{k_w}{4\,E_s\,I_s}}$$

$$Z = 3(\alpha_c^2+\alpha_w^2)(\alpha_c+\alpha_w)+3t\,\alpha_c\,\alpha_w(\alpha_c+\alpha_w)^2+3(t\,\alpha_c\,\alpha_w)^2(\alpha_c+\alpha_w)+(t\,\alpha_c\,\alpha_w)^3$$

La nomenclatura se refiere al caso de estructura mixta entre madera (w: wood) y hormigón (c: concrete); no obstante, las ecuaciones tienen carácter general. Para el acero de las clavijas se utiliza el subíndice "s" (I_s: momento de inercia). Mediante "l_*" se designa la longitud equivalente con igual movimiento relativo entre apoyos biempotrados.

En el caso de madera-hormigón, en el entorno de los habituales valores de los parámetros implicados:

$7 < k_c < 14$ kN/mm^2 ; $1 < k_w < 1{,}4$ kN/mm^2 ; $12 < d < 20$ mm ; $0 < t < 50$ mm

los autores proponen la siguiente expresión simplificada (con un error máximo del 15 %) para "l_*":

$$l_* \cong 17{,}3 - 0{,}000572\,k_c - 0{,}00894\,k_w + 0{,}880\,t + 4{,}34\,d$$

Para k_c = 10 kN/mm^2 y k_w = 1,3 kN/mm^2 e incluyendo "$I_s = \pi\, d^4 / 64$" y el habitual módulo elástico del acero se puede escribir la siguiente expresión simplificada:

$$K_{ser} = \frac{124.000\,d}{(4{,}34 + t/d)^3}$$

con "d" y "t" en mm y "K_{ser}" en N/mm; sólo rigurosamente válida con las mencionadas consideraciones.

Con clavijas suficientemente empotradas puede suponerse un mecanismo de colapso de la clavija mediante doble rótula plástica a partir del cual los autores proponen:

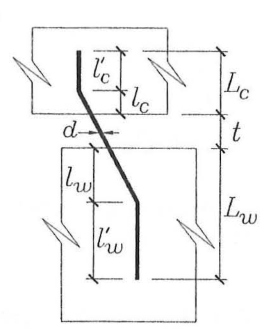
$$L_w \geq l_w + l'_w \; ; \quad \beta = f_{hc} / f_{hw}$$

$$l_w = \sqrt{\frac{2\beta}{1+\beta}} \sqrt{\frac{2M_y}{f_{hw}\,d} + \frac{\beta t^2}{2(1+\beta)}} - \frac{\beta}{1+\beta} t$$

$$l'_w = \sqrt{\frac{4M_y}{f_{hw}\,d}}$$

$$L_c \geq l_c + l'_c$$

$$l_c = l_w / \beta \; ; \quad l'_c = l'_w / \sqrt{\beta}$$



donde "f_{hc}" y "f_{hw}" son las resistencia frente al aplastamiento y "M_y" el momento plástico de la sección de la clavija; las longitudes l y l´ (referidas a cada material) representan las distancias desde las interfases a la rótula plástica y la penetración adicional desde ésta.

La resistencia de la clavija es: $V_u = f_{hw}\, d\, l_w$. Los autores aconsejan aumentar en un diámetro las distancias de anclaje (L_w, L_c):

$L_{w,tot} > L_w + d$; $L_{c,tot} > L_c + d$

consiguiéndose un módulo de deslizamiento del orden del 90% del teórico bajo anclajes de longitud infinita.

En la práctica constructiva, la separación de materiales se lleva a cabo por la interposición de un tablero que no se considera estructural. A pesar de ello, el tablero se fija mejorándose con ello la respuesta.

Otra referencia para el análisis con clavijas ortogonales y separación de materiales son los trabajos de Turrini-Piazza (1983, ref. [55]) que postriormente se expone. Cabe la posibilidad de utilizar el coeficiente corrector "c" propuesto por estos autores debido a la separación para aplicarlo a la expresión de A. Ceccotti con contacto de materiales.

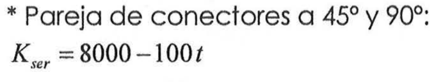
A efectos de resistencia de la clavija con separación de materiales cabe también citar la ref. [13] de H. J. Blaβ y B. Laskewitz (2000).

-Conectores inclinados

Con clavijas inclinadas (conector a axial) se consiguen rigideces de unión notablemente más elevadas que en el caso de disposición ortogonal. SE-M, bajo ciertas condiciones (art. 10.1.2) permite el cálculo simplificado sin considerar el deslizamiento.

La disposición inclinada es bastante laboriosa. Un sistema mecanizado para tal finalidad en la estructura mixta madera-hormigón es el de los conectores "SFSintec", a modo de tirafondos. Se colocan en la posición inclinada mediante un taladro especial para ello. Referencias sobre este sistema pueden consultarse en "Finnforest" (ref. [30]); para parejas de conectores de este tipo se ofrecen los siguientes valores:

* Pareja de conectores a 45° y 90°:



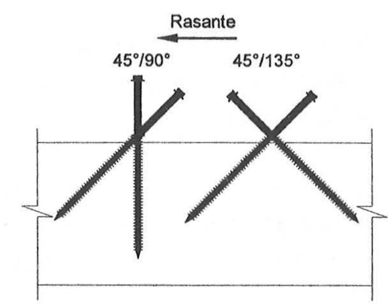
$K_{ser} = 8000 - 100t$

$R_k = 12000 - 100t$

* Pareja de conectores a 45° y 135°:

$K_{ser} = 16600 - 200t$

$R_k = 25000 - 350t$



En estas expresiones, "t" es el espesor (en mm) del tablero que separa la escuadra de madera y el hormigón, "R_k" (en N) la resistencia a rasante de la pareja de tornillos y "K_{ser}" (en N/mm) el módulo de deslizamiento (no obstante consúltese en internet las actualizaciones con la referencia indicada).

En el caso de barras encoladas, cabe basarse, entre otros, en los trabajos de Turrini-Piazza (1983) que seguidamente se expone.

La resistencia de clavijas frente al axial cabe determinarla en acuerdo a las propuestas recogidas en CTE: SE-M (ref. [42]).

-Barras encoladas: G. Turrini y M. Piazza (ref. [55])

Mención especial debe realizarse a los trabajos pioneros de estos autores en la utilización de barras encoladas como sistema de conexión en la estructura mixta entre madera y hormigón. Como referencia de sus escritos puede citarse: "Una tecnica di recupero statico dei solai in legno" (1983, *Recuperare*, Milan, Italia). Estos trabajos son previos a las actuales normalizaciones de ensayos por lo que no proponen la diferenciación entre un módulo de deslizamiento para los estados límites de servicio y otro reducido (secante) para los estados límites últimos. No obstante, pueden utilizarse como referencias.

Para barras encoladas verticales, con hormigón y madera en contacto (conector de cortante) proponen las siguientes expresiones para el módulo de deslizamiento (K_{ser} en N/mm) y la resistencia última del conector (F en N):

$$K_{ser} = 0,08\, E_{0,medio}\, d \quad ; \quad F = 0,086\, E_{0,medio}\, d$$

en donde a su vez "d (mm)" es el diámetro de la barra y "$E_{0,medio}$ (N/mm^2)" es el módulo de elasticidad medio de la madera. Para esta formulación adoptaron como rasante último el que produce un deslizamiento de "1 mm" y como valor del módulo de deslizamiento el correspondiente a un rasante del orden del 90-95 % del rasante último. Proponen un diámetro de taladro entre "d + 2" "d + 4" mm, y disponer los conectores a distancias comprendidas entre 8 y 15 diámetros.

En el caso de separación entre madera y hormigón (intecalación de tablero no estructural) y barras encoladas verticales (conector a flexión y cortante) ofrecen la siguiente formulación:

$$K_{ser} = c\left(0,08\, E_{0,medio}\, d\right) \quad ; \quad F = c\left(0,086\, E_{0,medio}\, d\right)$$

$$c = \frac{3}{\left(\alpha h_0 - 1\right)^3 + 4} \quad ; \quad \alpha = \frac{0,7413}{d}\left(\frac{E_{0,medio}}{E_s}\right)^{\frac{1}{3}}$$

siendo "h_0" el espesor del tablero que separa hormigón y escuadría de madera y "E_s" el módulo de elasticidad del acero (210.000 MPa). La restante nomenclatura y unidades son las anteriormente indicadas.

En el caso de conectores inclinados (conectores de axial) aconsejan disposiciones entre 45° y 60° con longitudes de anclaje (l) en la madera entre 15 y 18 veces el diámetro del taladro (d_f) y proponen las siguientes expresiones (con análogas unidades):

$$K_{ser} = 0,7\,l\,d_f^{0,6}\,E_{0,medio} \quad ; \quad F = 13\left(l\,d_f\right)^{0,4} E_{0,medio}$$

Por otra parte, para una pareja de conectores dispuestos simétricamente, a compresión-tracción, e inclinados un mismo ángulo "φ":

$$K_{ser} = 1,4\,l\,d_f^{0,6}\,E_{0,medio}\cos^2\varphi \quad ; \quad S_u = 26\left(l\,d_f\right)^{0,4} E_{0,medio}\cos\varphi$$

Para el cálculo de resistencia con barras encoladas puede consultarse, por ejemplo, las referencias [7] y [8].

-*Otras referencias*

Para barras lisas encoladas verticales con contacto entre hormigón y madera, Natterer, Sandoz y Rey en "Construction en bois" (2004, ref. [44]), en mención a "Tables pour la construction en bois 1 & 2; Le Mont-Sur-Lausanne, Lignum (1990)", citan para el módulo de deslizamiento (en N/mm) y para la resistencia (F en N):

$$K_{ser} = 120\,d^{1,7} \quad ; \quad F = 40\,d^{1,7}$$

siendo "d (mm)" el diámetro de la barra. La resistencia indicada es para aceros de calidad "4.6", para aceros "8.8" es un 33% superior. Como consideraciones constructivas citan una longitud de penetración en la madera de al menos "8 d" y un diámetro de taladro de solamente "d + 0,5" a "d + 1" mm. La separación longitudinal mínima entre barras debe de ser "6 d" y de "8 d" a testa cargada ("6 d" si no es testa cargada). Transversalmente las distancias entre conectores y a flancos deben respetar un mínimo de "3,5 d".

Otra expresión para el módulo de deslizamiento de clavijas verticales con madera y hormigón en contacto es la de Branco (2003).

$$K_{ser} = 0,15\,d^{0,95}\,E_{0,medio}^{0,9}$$

con "Kser" en "N/mm", el diámetro de la barra en "mm" y el módulo de elasticidad medio de la madera "$E_{0,medio}$" en "N/mm^2 ".

En la bibliografía pueden encontrarse otros datos y formulaciones en referencia a diversos sistemas de conexión.

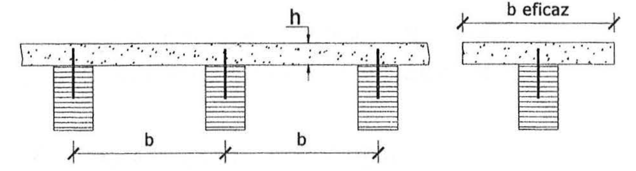
4.4. Anchos eficaces de ala

En general, todas las normativas, y en particular EC-5 y CTE: SE-M incorporan formulaciones prácticas para obtener anchos eficaces (por arrastre del cortante y abolladura) en las secciones habituales entre maderas.

Menor cantidad de referencias hay para la estructura mixta entre madera y hormigón. Para piezas en "T" con ala de hormigón y alma en madera, el "American Institute for Timber Engineering (AITE)" propone como ancho eficaz de ala, el menor de los siguientes valores:

- La cuarta parte de la distancia longitudinal entre puntos de momento nulo ($b_{ef} \leq L / 4$).
- Doce veces el espesor de la capa de hormigón ($b_{ef} \leq 12\ h$).

ni, evidentemente, debe ser mayor que el ancho real o, en su caso, la separación entre vigas (b).



Estas recomendaciones también se han citado tradicionalmente en la estructura mixta entre hormigón y acero (véase EC-4 y DIN).

Otra posibilidad para es utilizar la expresión de Natterer y Hoeft:

$$b_{ef} = b\left[1 - 1{,}4\left(\frac{b}{L}\right)^2\right]$$

en donde "b_{ef}" es el ancho eficaz, "b" el real (en su caso la separación entre viguetas) y "L" la longitud entre secciones de flector nulo.

Cabe también basarse en los anchos eficaces ofrecidos en EHE (art. 18.2.1) y EC-2 si bien, teniendo en cuenta el ancho de la conexión para la transmisión del rasante.

4.5. Otras cuestiones

La separación de materiales conduce a piezas de potencialmente mejor respuesta (y mayor canto). Ahora bien, para conseguirla, el cosido de unión debe aportar la adecuada rigidez.

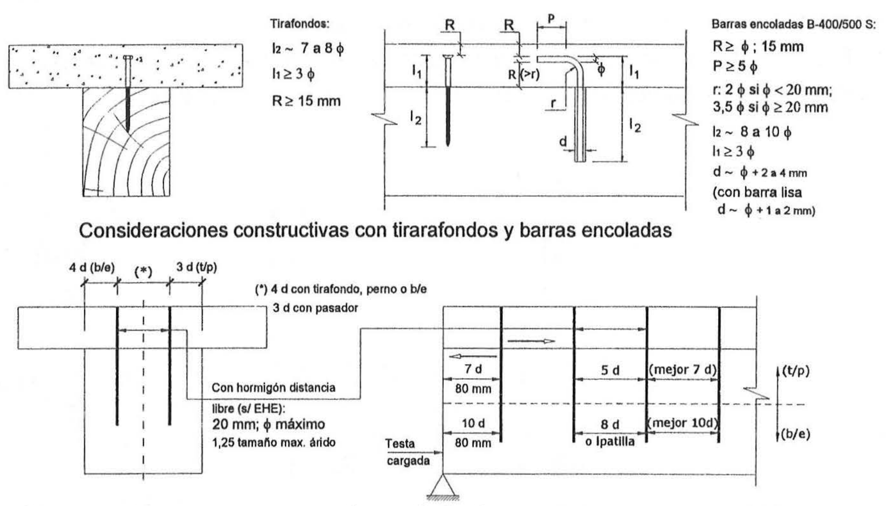
Con la unión más cómoda, mediante clavijas verticales, puede perderse bastante eficacia. Es inmediato evaluarlo a partir de la expresión de P. Gelfi et al. (ref. [31]) simplificada para las habituales calidades en la estructura mixta entre madera y hormigón:

$$K_{ser} = 124.000\ d\ /\ (4{,}34 + t\ /d)^3$$

Con una separación igual al diámetro de la clavija ($t / d = 1$) el módulo de deslizamiento casi se reduce a la mitad del desarrollado con contacto de materiales y, con separación de dos diámetros ($t / d = 2$), prácticamente a la tercera parte. Con separaciones notables puede ser preciso recurrir a sistemas de conexión más rígidos.
Otro aspecto de importancia para el diseño es la exposición al fuego. Si las altas temperaturas llegan hasta la conexión metálica perdiendo su funcionalidad, la jácena depende de la suma de las capacidades de cada material en el estado en que en ese momento se encuentren por la acción del fuego. Si además es el caso de que uno de los materiales no puede resistir tracciones, solo queda el otro como resistente.

Por último debe recordarse la necesidad de respetar las distancias mínimas entre conectores, tanto en relación con la madera como con el hormigón. Seguidamente se incluyen unos esquemas orientativos (con finalidad nemotécnica, ref. [29]) en los casos más prácticos de tirafondos y barras encoladas verticales en la estructura mixta madera-hormigón.

Las distancias de anclaje o penetración en la madera son orientativas y deben determinarse con precisión, por resistencia y para asegurar el "K_{ser}". En caso de disponerse patilla se indica en la figura la normalizada por EHE.

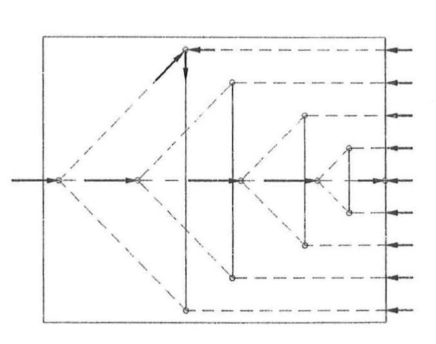


Consideraciones constructivas con tirarafondos y barras encoladas

Distancias mínimas con pernos, pasadores y tirafondos con pretaladro y d > 6 mm (t/p) y con barras encoladas (b/e)

En el hormigón el empotramiento debe ser, según EC-4, de al menos tres diámetros. En general, se aprovecha al máximo el espesor de la capa de compresión. Para los conectores pueden admitirse como suficientes los recubrimientos mínimos de EHE (ref. [41]) sin tener que asegurar el nominal, incluso para el caso de láminas (en ambiente I de 15 mm). Otras referencias son EC-2 y EC-4. Con espesores pequeños de capa de compresión o con disposiciones de conectores en parejas, es preferible un tamaño máximo del árido no superior a 16 mm. Es también conveniente respetar las prescripciones de EFHE (ref. [41bis]).

En la figura al margen se muestra cualitativamente(en planta) la respuesta del ala de hormigón mediante un entramado de bielas y tirantes. Admitiendo, según EHE, una dispersión de las bielas a 45° y siendo "Q" el rasante (fuerza por unidad de longitud) la capacidad de la armadura (por unidad de longitud) es: "$U_s = Q / 2$". Refiriendo el rasante al estado sin deslizamiento a partir de la formulación del segundo capítulo puede escribirse: $U_s = \mu(s)\ \alpha\ V / (2\ z)$. En el campo de bielas resulta una compresión $\sqrt{2}$ superior al de tirantes.

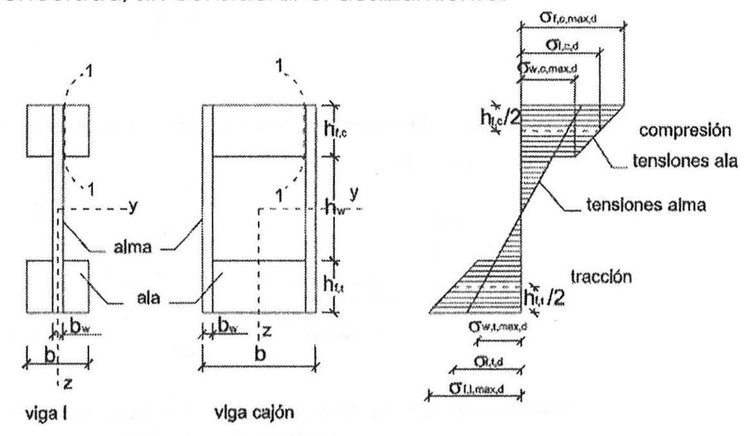


El cuanto a la interacción entre el rasante y la flexión transversal en el ala no es necesaria la adición de tal armado, sólo la cuantía mayor por ambos conceptos mediante un adecuado reparto de la armadura, si es el caso entre las dos caras, manteniendo la necesaria en la cara traccionada por la flexión. Para mayor detalle puede consultarse por ejemplo la lectura "Título 4°. Cálculo de secciones y elementos estructurales. Estados límite últimos. Cortante" de F. del Pozo Vindel en "La EHE explicada por sus autores" (2000, ref. [48]).

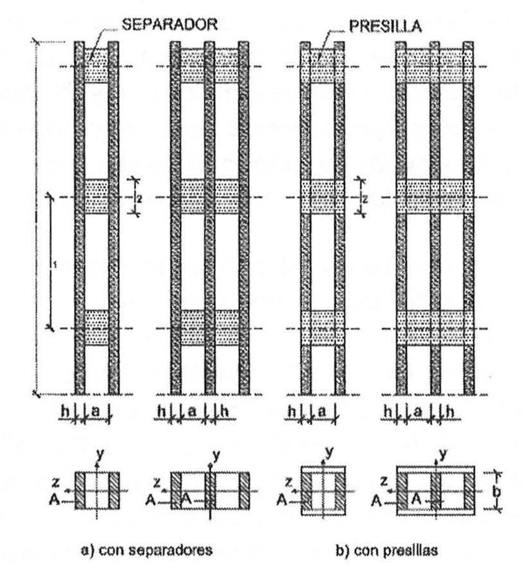
Es práctica frecuente el colocar una lámina impermeable para evitar humedecer (y ensuciar) la madera con el hormigón fresco. La lámina es imprescindible con algunas maderas como las del alerce (Larix sp.) que poseen azúcares retardantes del fraguado.

4.6. La estructura mixta entre maderas en el CTE: SE-M

Las encoladuras ofrecen una alta rigidez de unión no siendo necesario considerar el deslizamiento. No obstante, CTE: SE-M advierte que hay colas con cierta capacidad de plastificación con las que puede ser preciso tenerlo en cuenta.
CTE: SE-M ofrece una formulación para vigas mixtas entre maderas con secciones en "I" y en cajón mediante unión encolada, sin considerar el deslizamiento:



También incluye CTE: SE-M algunos casos de pilares compuestos con uniones encoladas sin deslizamiento:



Para uniones mecánicas con clavijas, considerando que se produce deslizamiento, pueden consultarse los formularios incluidos en los anexos de EC-5.

4.7. Dimensionamiento práctico

El estudio de la estructura mixta entre madera y hormigón es complejo y bastante laborioso. Posteriormente se mostrará un protocolo de cálculo en acuerdo con SE-M y basado en las propuestas de diversos autores. Seguidamente se citan algunas fuentes para el dimensionamiento rápido y práctico. También cabe la utilización de tablas y programas que facilitan algunos fabricantes de conectores (v.g. [33] y [50]).

Documento de Aplicación para Vivienda: DAV: M (ref. [23])

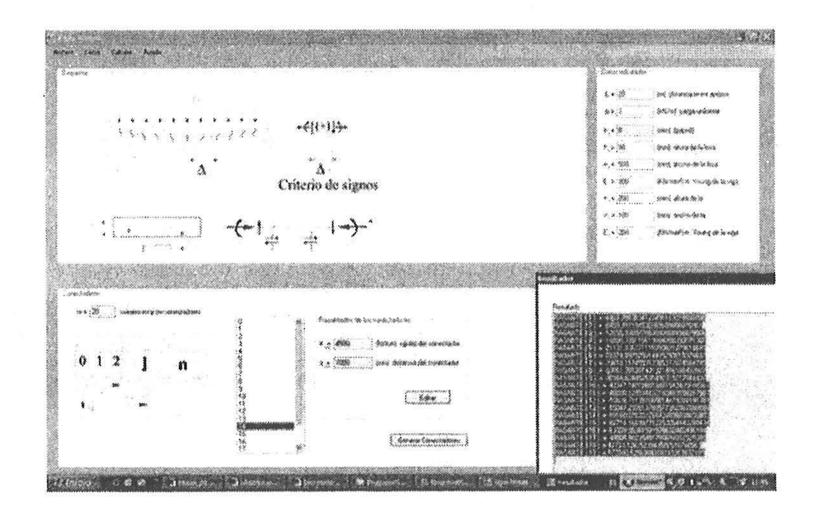
Una posibilidad para el dimensionamiento práctico es la utilización de las tablas de este Documento promovido por el Consejo Superior de Arquitectura (diciembre 2007). A efectos de predimensionado, ofrece los siguientes criterios:

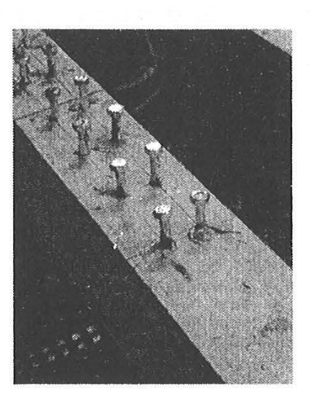
- Si se disponen conectores inclinados, con la mano correcta, (figura 5.4-b del Documento), resistentes a tracción, se puede considerar que la conexión es totalmente eficaz, no siendo significativo el deslizamiento en la conexión. En esas condiciones, para las viguetas habituales (como las recogidas en la tabla 5.1 del Documento), puede considerarse que el módulo resistente por entrevigado, que con viguetas simples, es de $b \cdot h^2/6$, asciende aproximadamente a $b \cdot h^2/3$, y para el cálculo de la esbeltez crítica a flecha, puede adoptarse un canto igual a $2 \cdot h$.

- Si se disponen conectores verticales, debe considerarse que la conexión es parcial y que existe deslizamiento relevante de cara al análisis (figura 5.4 a del Documento), resultando un comportamiento intermedio entre el de viguetas sueltas y el de sección mixta con conexión totalmente eficaz. En ese caso, puede considerarse que el módulo resistente por entrevigado es aproximadamente $b \cdot h^2/4$ y para el cálculo de la esbeltez crítica, puede adoptarse un canto igual a $1{,}5 \cdot h$.

I+D BIA2004 07317: Definición de un Protocolo para la Rehabilitación de Forjados de Madera Mediante Conexión con la Nueva Capa de Compresión de Hormigón. Implementación del protocolo en un programa informático de Visual.Net. (ref. [10])

En corto plazo, tras la terminación de estos trabajos teóricos y experimentales, el proyectista dispondrá de esta herramienta informática y actualizada para el diseño de forjados mixtos madera-hormigón.





Fotografía: Viga para experimentación con conexión mediante tirafondos encolados en pretaladros.

Tablas de forjados mixtos madera-hormigón (ref. [29])

Seguidamente se ofrecen tablas para el predimensionado de forjados mixtos madera-hormigón (con materiales en contacto) construidos con apeo y elaboradas a partir del protocolo que se explicará posteriormente adaptado al CTE.

Las tablas indican la carga permanente total que resiste el forjado junto con una sobrecarga de uso residencial de 2 kN/m^2. Para la madera se ha considerado C-18 y clase de servicio 2, para el hormigón HA-25 y coeficiente de fluencia $\varphi = 3$. Es aconsejable dejar un margen frente a las incertidumbres del largo plazo. En incendio se ha supuesto en favor de la seguridad que sólo es resistente la madera, excepto en los casos que se indican (*, **).

Para la flecha activa se ha considerado una limitación de "L/400" bajo el supuesto de que tras la ejecución de la tabiquería reste colocar una carga permanente de "1 kN/m^2". Esta condición y la de apariencia de la obra son las que, en general, resultan condicionantes.

En los forjados con exposición de fuego a una sola cara la conexión es mediante parejas de tirafondos (2 T, diámetro en mm). En las exposiciones a tres caras son barras encoladas (B.e., diámetro en mm). Las separaciones entre conectadores se citan para los cuartos extremos y para la mitad del vano central.

Las escuadrías (b x h) se refieren a "ancho x canto"; "s" es la separación entre ejes de viguetas (en cm) y "e" el espesor (cm) de la capa de compresión de hormigón.

El armado de la capa de compresión se llevará a cabo como se expone a lo largo del texto y en acuerdo con EHE y EFHE. Para el armado transversal se dispondrá el máximo de las necesidades de flexión y de rasante en ala que puede evaluarse simplificadamente a partir del estado sin deslizamiento (o considerando un rendimiento del 90 % que aún resulta en favor de la seguridad).

Forjados mixtos construidos con apeo. Clase servicio 2. Coef. Fluencia hormigón 3.

Madera: C-18 Hormigón: HA-25 Carga permanente total (kN/m2) resistida con sobrecarga de uso de 2 kN/m2

Escuadra b x h (cm)	s (cm) e (cm)	Conexión	R-1 cara (minutos)	VANO (m) 3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
10 x 14	40 / 5	2 T 8 mm 12/24/12 cm	60	3,9							
	30 / 5	2 T 8 mm 10/20/10 cm		5,6	3,8						
12 x 17	45 / 5	2 T 8 mm 12/24/12 cm	60 (*)	7,1	4,9						
	40 / 5	2 T 8 mm 10/20/10 cm			6,0	3,7					
	30 / 5	2 T 8 mm 10/20/10 cm				5,5	3,4				
14 x 20	50 / 5	2 T 8 mm 12/24/12 cm	90		7,0	5,3	3,5				
	40 / 5	2 T 8 mm 10/20/10 cm				6,9	5,2	3,3			
	40 / 6	2 T 10 mm 12/24/12 cm					5,4	4,1			
15 x 24	55 / 6	2 T 8 mm 12/24/12 cm	90				6,7	5,3	3,5		
	50 / 6	2 T 10 mm 14/28/14 cm						5,9	4,2		
	40 / 6	2 T 12 mm 15/30/15 cm							5,4	4,1	
19 x 27	65 / 7	2 T 12 mm 15/30/15 cm	90						6,4	5,0	
	65 / 8	2 T 12 mm 14/28/14 cm								5,6	4,1
	60 / 8	2 T 12 mm 12/24/12 cm								6,2	4,9

(*) Válido para R-90 disponiendo aislamiento superior sobre el hormigón

2 T -> Pareja de tirafondos verticales

Escuadra b x h (cm)	s (cm) e (cm)	Conexión	R-3 caras (minutos)	VANO (m) 3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
12 x 18	40 / 5	1 B.e. 8 mm 12/24/12 cm	30	5,8	4,3						
	35 / 5	1 B.e. 8 mm 10/20/10 cm			5,1	3,6					
15 x 20	50 / 5	1 B.e. 10 mm 12/24/12 cm	30			5,4	3,9				
	40 / 5	1 B.e. 10 mm 12/24/12 cm					5,4	3,5			
	40 / 5	1 B.e. 10 mm 15/30/15 cm	60 (**)	4,0							
15 x 25	55 / 6	1 B.e. 12 mm 14/28/14 cm	30					6,0	4,4		
	45 / 6	1 B.e. 12 mm 14/28/14 cm							5,7	4,1	
	45 / 5	1 B.e. 10 mm 15/30/15 cm	60 (**)	5,9	4,0						
18 x 24	60 / 6	1 B.e. 12 mm 15/30/15 cm	60		6,0	4,3					
	50 / 6	1 B.e. 12 mm 15/30/15 cm				5,3	4,1				
20 x 25	55 / 6	1 B.e. 12 mm 14/28/14 cm	30 (*)						5,7	4,1	
	60 / 6	1 B.e. 12 mm 15/30/15 cm	60				5,8	4,5			
20 x 28	65 / 7	1 B.e. 12 mm 12/24/12 cm	30 (*)							5,5	4,5
	60 / 7	1 B.e. 12 mm 15/30/15 cm	60					6,0	4,7		

(**) Para conseguir R60 se deben aislar ambas caras del hormigón o subir el ancho de la escuadría a 16 cm

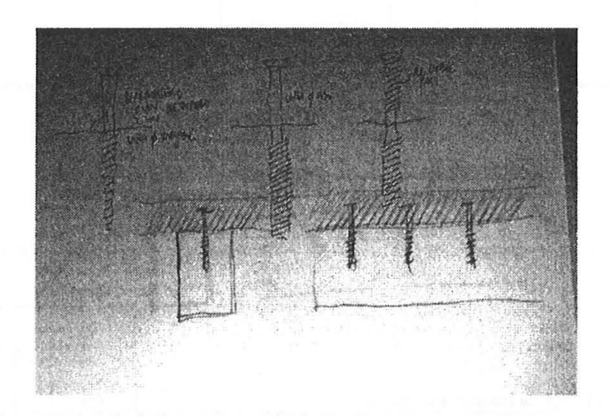
(*) Válido para R-60 disponiendo aislamiento superior e inferior del hormigón

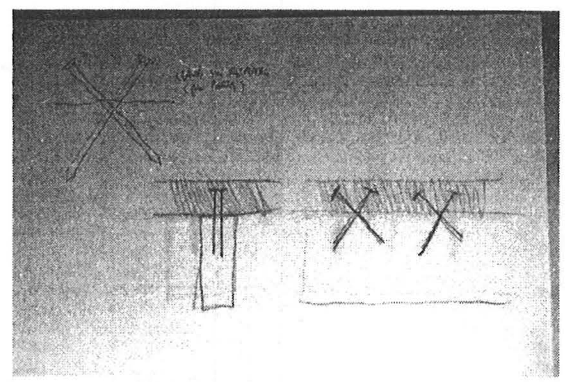
B. E. -> Barra encolada vertical

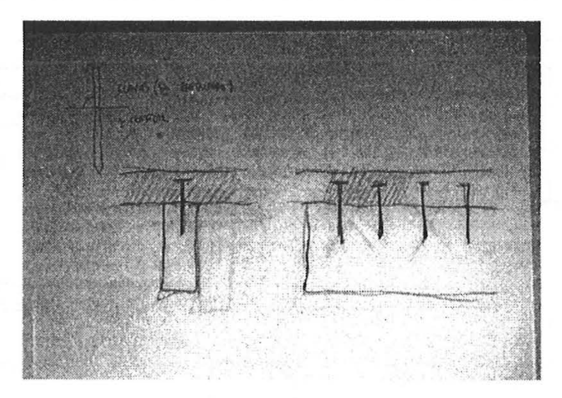
4.8. Repertorio de la conexión

Seguidamente se incluye un repertorio (dibujos de J. L. Fernández Cabo), sin pretensiones de exhaustividad (aunque básico en modalidades), de sistemas de conexión que hasta ahora se han empleado.

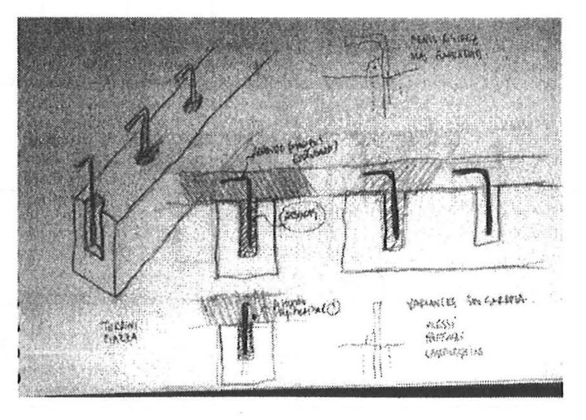
En la práctica de la edificación lo más habitual ha sido utilizar tirafondos y barras encoladas, en posición vertical en ambos casos. Entre los sistemas patentados también cabe hacer mención a los conectores inclinados SFS y al conector de la firma Tecnaria. De éstos y otros sistemas puede el lector encontrar referencias prácticas en Internet.



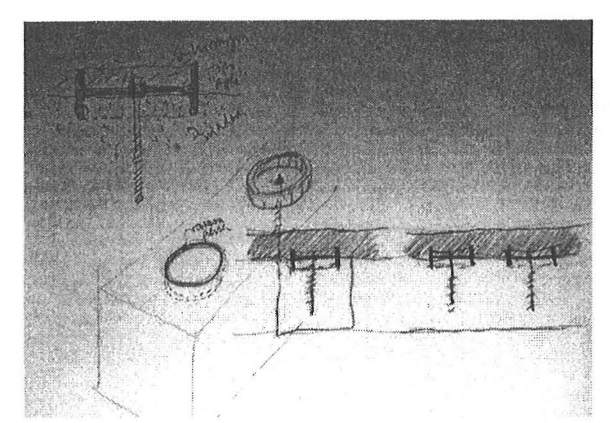


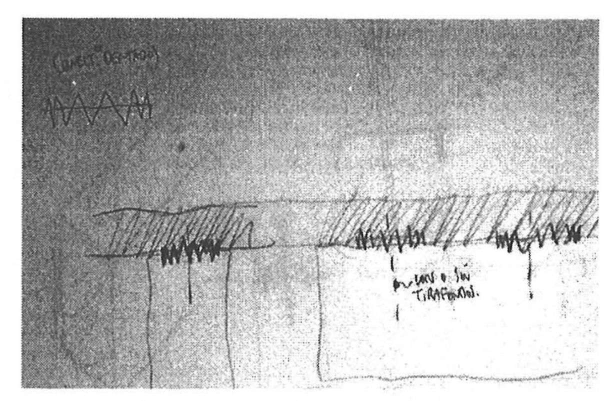


Tirafondos y clavos.
Sistema Ew (Suecia 1.970) utilizando clavos.

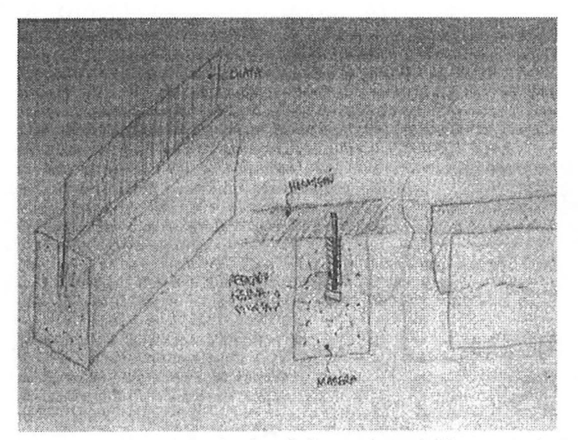


Barras encoladas. Turrini-Piazza (1983).
Sistema Alessi, Raffagli, Lamborghini (1989), sin patilla y dos barras longitudinales en contacto con los conectores.

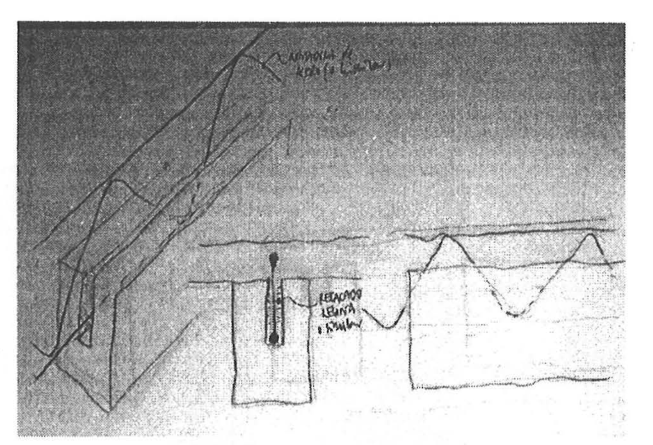




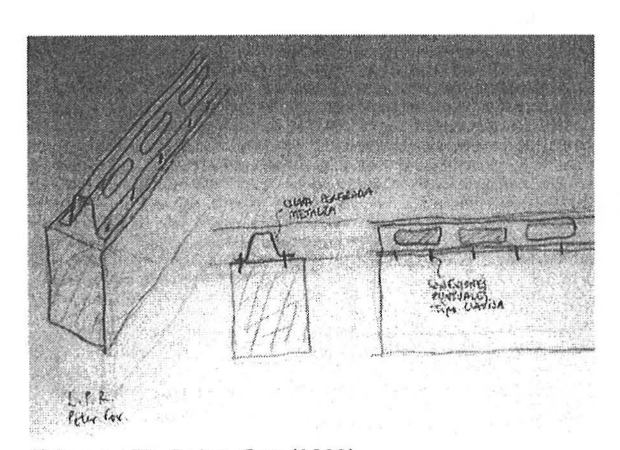
Conectores de anillo y crampones. Variante de tipo crampón y vástago: conector de Tecnaria (ref. [53])



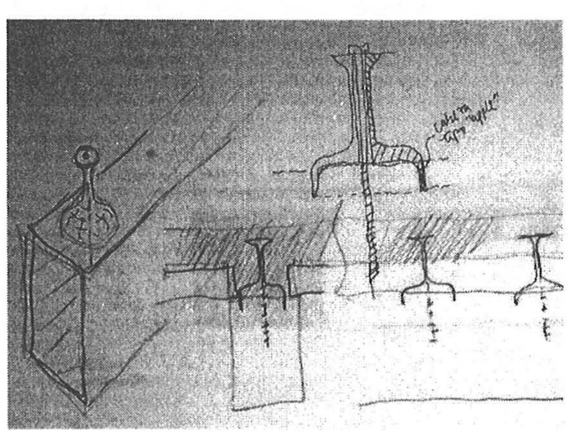
Acanaladura y palastro (chapa) metálica y resina.
Sistemas: Tampone, Campa (1987).
Con malla: steelmesh (v.g. ref. [12]).



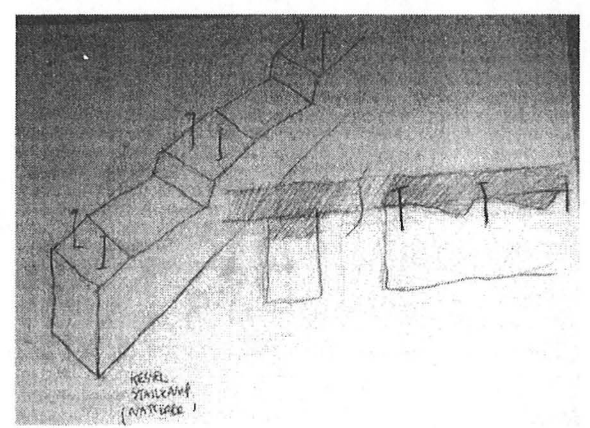
Acanaladura y celosía.
Sistemas Llear y Rdb-Habitat



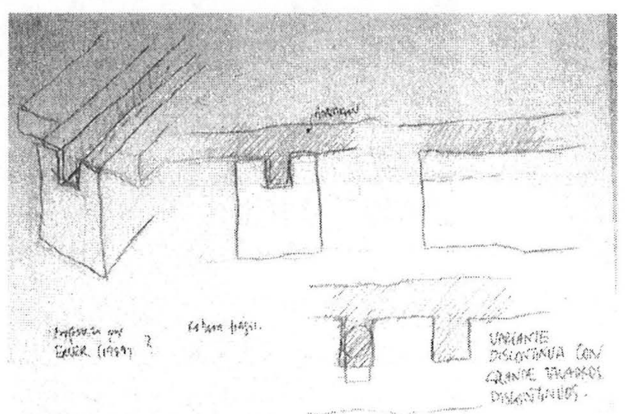
Sistema LPR, Peter Cox (1993)



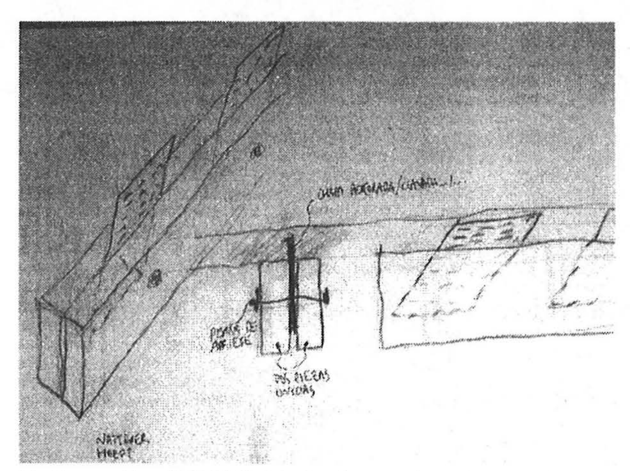
Sistema H.S.B. (2000), ver ref. [8]



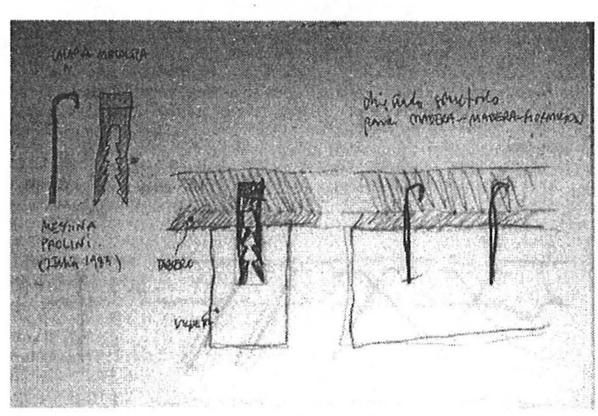
Kessel, Stallkamp (1989)



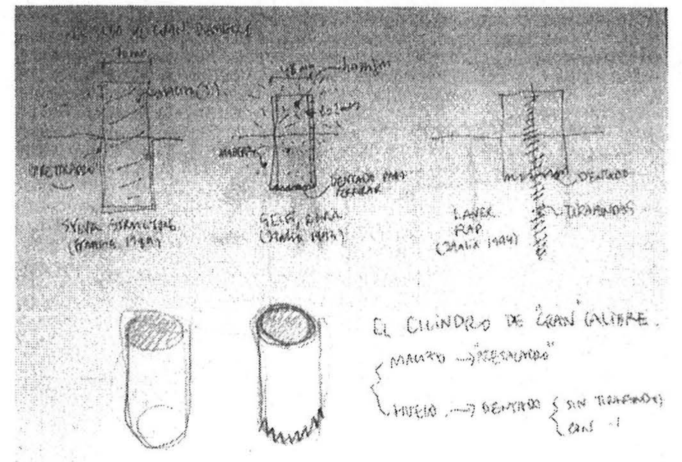
Sistema Erler (1989, Alemania). También sistema Lambillon (1994), ahuecado en la vigueta de madera y armado del hormigón.



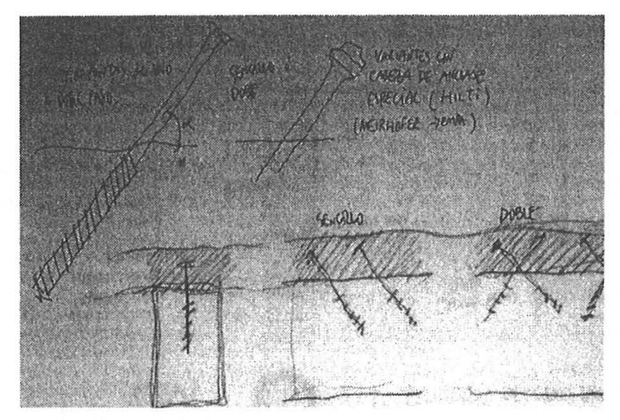
Natterer, Hoeft (1987). Variante con las placas clavo en los flancos de la escuadría.

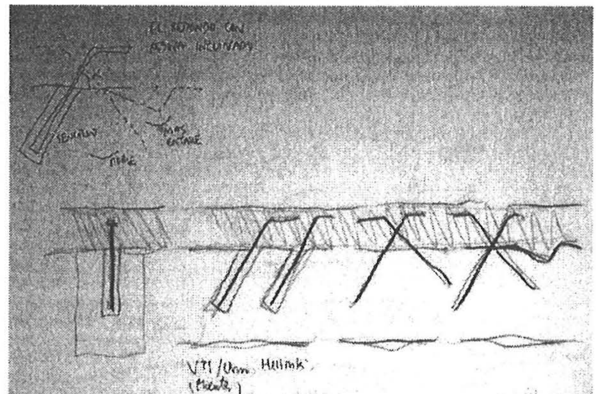


Conector de Messina-Paolini (1983)

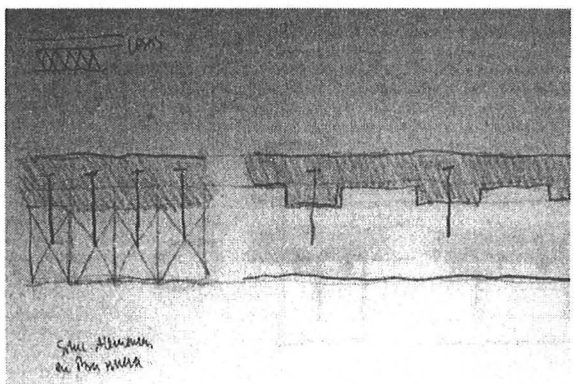


Conectores tubulares. Sylva-estructure (Francia 1989)
Gelfi-Ronca (1993). Conector Flap-Laner (1994)
De tipo tubo también el reciente conector "Shear crown", Said et al. (2002); Hilti.

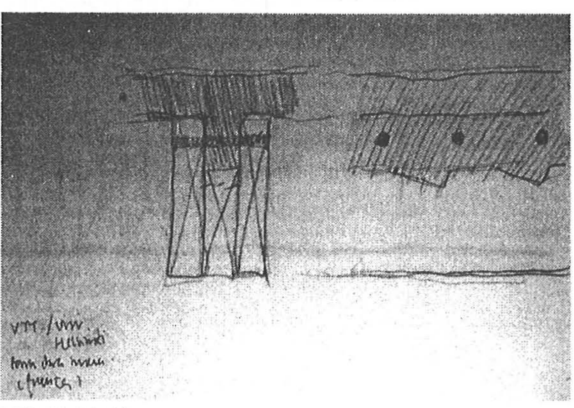




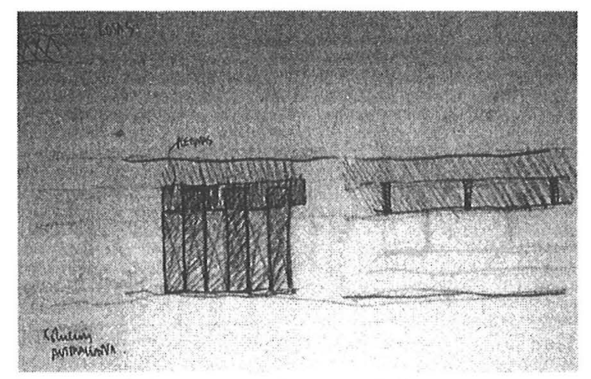
Conectores inclinados. Tirafondos-SFS, barras encoladas.



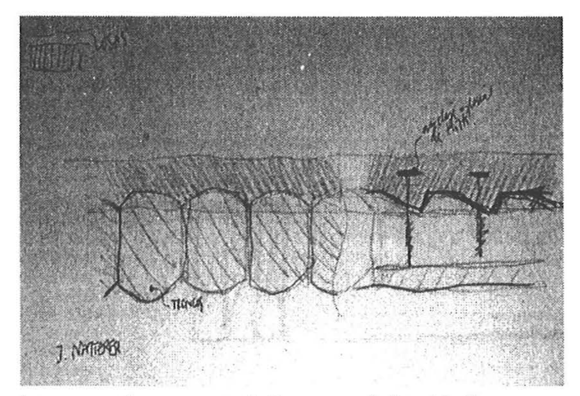
Losa (madera masiva)con escuadras, entalle y clavija (Alemania).



VTT, Helsinki



Losa con tablas, conexión con pletinas Transversales (Australia).



Losa con troncos, entalles y anclajes. Natterer.

Otros: ver referencias en bibliografía: Aicher, Arriaga, Ávila, Ceccotti (step), Batton, Tecnaria, etc. ([1], [7], [8], [9], [10], [11], [12], [18], [24], [32], [36], [37], [43], [44], [57]). Un sistema peculiar es la conexión con bulón pretensado y entalle. Puede consultarse su dimensionamiento en la ref. [44] así como su uso en losas mixtas de madera masiva y hormigón.

4.9. Conclusión

Tras las bases teóricas expuestas se incluyen en este capítulo otras referencias necesarias para el diseño y el cálculo. Los objetivos fundamentales son ofrecer al lector información adicional que le ayude en su labor profesional y mostrar los aspectos relevantes de los conectores de clavija.

La colocación vertical de la clavija resulta más práctica y sencilla pero es causa de mayor deslizamiento, la conexión resulta bastante más rígida mediante conectores inclinados. En el caso de separación de materiales se ha mostrado como pierde bastante eficacia la unión con clavija vertical. También son notablemente rígidas las conexiones continuas mediante chapas y celosías. Un aspecto importante para cualquier tipo de conexión es si puede realizarse mediante un proceso industrializado.

Se ha incluido un repertorio de algunos sistemas de conexión que fueron o continúan siendo utilizados y que siempre pueden servir de referencia. Se citan datos de normativa y trabajos de algunos autores. Para sistemas patentados deben consultarse los datos ofrecidos por los fabricantes.

Otros aspectos que brevemente se contemplan son los anchos eficaces, algunos detalles constructivos básicos y referencias a las "estructuras tipo" contempladas en CTE: SE-M y EC-5 (se recomienda la lectura de los epígrafes "10.1" y "10.2" de SE-M), así como a métodos prácticos en base a tabulaciones y herramientas informáticas. Finalmente trataremos en el próximo tema la fluencia y el apeo y se expondrá un protocolo sencillo para el análisis.

5.1. Introducción

Se ofrece seguidamente una propuesta para el análisis estructural de piezas mixtas en flexión simple, tanto en el caso madera-hormigón como entre maderas. El protocolo se expone mediante ejemplos comentados.

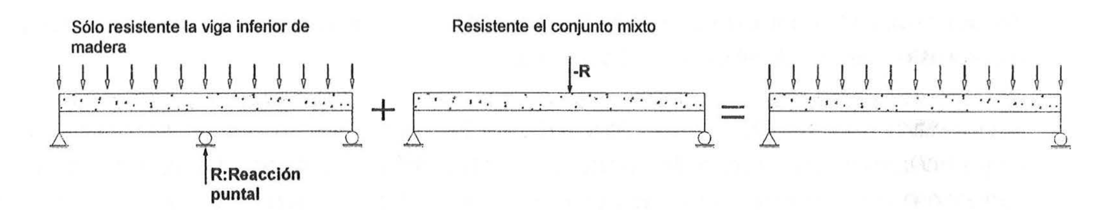
5.2. Apeo y fluencia

Antes de nada es conveniente realizar algunos comentarios en referencia a los siguientes aspectos de relevancia en el diseño y análisis de la pieza mixta:

- Estado de cada material previo a la entrada en carga del conjunto mixto: apeo.
- Reología de los materiales constituyentes y de la conexión.

a) Apeo

Comencemos por esta cuestión. Para ello podemos llevar a cabo la superposición que se muestra en la siguiente ecuación gráfica hasta conseguir el estado final sin apeo:



En el primer sumando (jácena apuntalada) es la viga inferior de madera la responsable de la resistencia de las cargas. El hormigón ha llegado a completar su endurecimiento acompañando la deformada de la madera sin entrar en tensión. Podría también tratarse de un refuerzo en madera en lugar del hormigón.

Ahora se retira el puntal para adquirir la jácena su sustentación definitiva. El estado final (tras eliminar el apeo) equivale a superponer el segundo sumando con una acción igual y contraria a la reacción sustentante del puntal, siendo ahora resistente el conjunto mixto. A partir de este momento, las cargas posteriores en el tiempo (resto de cargas permanentes y la sobrecarga de uso), las asumirá también el conjunto estructural mixto.

Se entiende que en caso de disponer puntales suficientemente próximos puede suponerse con suficiente aproximación que todas las cargas son asumidas por la pieza mixta.

El apeo suficientemente cuajado es una operación incómoda, pero permite el aprovechamiento de la sección mixta para la totalidad de las acciones. En el caso de reforma, para que todas las cargas las asuma la nueva solución mixta, es preciso llevar a cabo un apeo denso y con descarga.

b) Fluencia

Al aplicar una nueva carga se origina una deformación instantánea que por la fluencia aumenta en el tiempo lo que, consecuentemente, equivale a una disminución del módulo elástico. En el incremento de las deformaciones hay una componente elástica que es reversible al

dejar de actuar la carga y otra viscosa que queda remanente. Una parte de la deformación recuperada es instantánea y la restante en el tiempo.

El incremento de la deformación por fluencia se evalúa respecto de la deformación inicial o instantánea. Si la acción es constante, el fenómeno se estabiliza. La deformación final, a largo plazo, es "$1 + K_{def}$" veces mayor que la inicial en el caso de la madera y "$1 + \varphi(t_0,\infty)$" en el caso del hormigón. En este último material, el coeficiente de fluencia depende de la edad de éste cuando comienza a actuar la carga; en la madera este fenómeno no es significativo.

Además, en el hormigón, la resistencia y su módulo de elasticidad crecen en el tiempo. Una misma carga produce menor deformación instantánea cuando comienza a actuar a edades más avanzadas del hormigón. Este hecho es de poca cuantía y suele obviarse sobre todo si supone quedar a favor de la seguridad. En cambio, en la madera, el módulo de elasticidad instantáneo puede considerarse constante con la edad.

Es claro que los esfuerzos globales de sección se distribuyen entre los materiales en función de la geometría, de la rigidez de la conexión y de los módulos de elasticidad. Así pues, la reología de los materiales y de la conexión supondrá una variación del estado de tensiones y deformaciones.

En general, el hormigón fluye más que la madera, por lo que a largo plazo acaba asumiendo mayores esfuerzos distribuidos esta última.

Supongamos ahora que no se realice apeo. Si se trata de una obra de rehabilitación, la madera ya ha sufrido el proceso de fluencia para las deformaciones y tensiones iniciales que se mantendrán en ella constantes en el tiempo. En el caso de nueva ejecución, el proceso de fluencia supondrá una redistribución de los esfuerzos previos. Esta evolución no está aún bien analizada; cabe por ello estudiar el largo plazo bajo la hipótesis de que se mantenga el estado inicial y alternativamente suponiendo completa redistribución en el conjunto mixto.

5.3. Bases de la propuesta para el análisis

El análisis detallado es complejo y laborioso, si bien es admitido un estudio simplificado en base al estado inicial en el corto plazo con los módulos elásticos iniciales y al estado a largo plazo con módulos de elasticidad corregidos por la fluencia.

El protocolo que aquí se expone está basado en la propuesta de A. Ceccotti, A; M. Fragiacomo y R. Gutkowski (2002): "Design of Timber-Concrete Composite Structures According to EC-5-2002 version" (ref. [16])que resulta acorde con CTE. Brevemente puede decirse que los efectos de la fluencia se evalúan para la combinación de carga casi permanente:

$$G(\text{acc. constantes}) + \sum \Psi_{2i}\, Q_i(\text{acc. variables})$$

bajo las cuales se trabaja con módulos minorados por la fluencia (i: inicial o instantáneo, ∞: a largo plazo):

$$\text{Hormigón: } E_{c,\infty} = \frac{E_{c,i}(t)}{1+\varphi(t_0,\infty)} \;;\; \text{Madera: } E_{m,0,\infty} = \frac{E_{m,0,i}}{1+K_{def}} \;;\; \text{Conexión: } K_{ser,\infty} = \frac{K_{ser,i}}{1+K_{def}}$$

En el resto de sobrecargas "$\Sigma(1 - \Psi_2)Q$" no se considera relevante el efecto de la fluencia.

Para que la exposición resulte práctica, la acometeremos con dos ejemplos. Uno de forjado entre madera y hormigón y otro entre maderas con igual reología (mismo K_{def}).

El caso con diferente reología de materiales resulta más laborioso. Sin embargo, si hay igual reología para los materiales y la conexión, se simplifica el análisis. El lector puede comprobar que con:

$$E_{1,\infty} = \frac{E_{1,i}}{1+K_{def}} \quad ; \quad E_{2,\infty} = \frac{E_{2,i}}{1+K_{def}} \quad ; \quad K_{ser,\infty} = \frac{K_{ser,i}}{1+K_{def}}$$

Resulta:

$$\gamma_{1,\infty} = \gamma_{1,i} \quad ; \quad EI_{ef,\infty} = \frac{EI_{ef,i}}{1+K_{def}}$$

Por ello se obtiene una misma distribución de esfuerzos con módulos instantáneos y con módulos afectados por la fluencia. Para las deformaciones basta con multiplicar las instantáneas por el factor "1 + K_{def}". Este caso es el más frecuente en piezas mixtas entre maderas.

Para tener en cuenta la no linealidad de la respuesta del conector recordamos al lector, en acuerdo con EC-5, que en las comprobaciones en estado límite último se considera un módulo de deslizamiento "2 K_{ser} / 3" (ver v.g. Racher ref. [49]). Por otra parte, para la obtención de los esfuerzos distribuidos se utilizan módulos de elasticidad medios (el único del que se ofrecen datos para K_{ser} y para el hormigón). En éstas y otras cuestiones se aconseja la consulta de las referencias de "Timber Engineering" citadas en la bibliografía (ref. [15], [34], [49]).

En la estructura mixta madera-hormigón, a la variabilidad e incertidumbre en los módulos de elasticidad de ambos materiales se añade la del módulo de deslizamiento de la conexión (K_{ser}). Igualmente hay que añadir la complejidad de la evolución reológica dependiente de la historia de las cargas, así como la incidencia de las condiciones ambientales. Son bastantes aspectos de incertidumbre y de difícil evaluación.

No tiene pues sentido práctico un análisis demasiado teórico, laborioso y detallado. Es preferible establecer modelos prácticos y contrastados que aseguren, en lo posible, la determinación de los comportamientos extremos de la estructura en su vida útil. Adicionalmente, recomendamos que el proyectista incluya su propio criterio de adicional margen de seguridad.

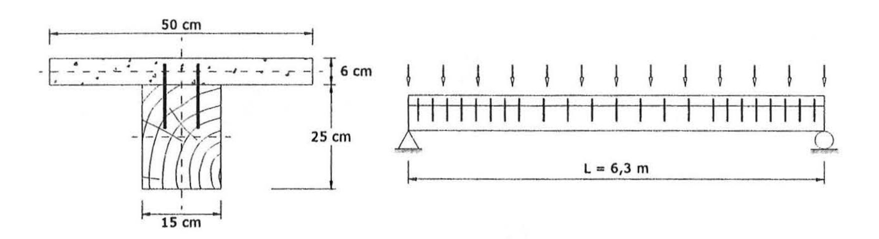
Debe destacarse, por último, que así como en el hormigón las normativas ofrecen formulaciones para su reología en el tiempo no es así en la madera, para la que sólo se indica el coeficiente de fluencia "K_{def}" a largo plazo. Lo mismo ocurre con la conexión al depender de la respuesta de la madera.

El protocolo que se expone aún está en proceso de revisión para su utilización en el proyecto de "I+D BIA2004_07317" que se ha citado en el anterior capítulo (ref. [10] y [29]).

Fíjese el lector que en la eficacia de la conexión influye, además de parámetros de sección, el vano. Así, si la viga mixta del ejemplo estuviese prevista para soportar mayores cargas salvando un vano más corto, con la misma conexión, la eficiencia respecto de la conexión completa hubiese sido menor. Por otro lado, con un mayor parámetro de forma "α" es necesaria mayor rigidez de conexión para el acercamiento al estado sin deslizamiento.

5.4. Forjado mixto entre madera y hormigón

Como ejemplo consideraremos el caso de un forjado con viguetas de 15 x 25 cm (ancho x canto) distanciadas 0,5 m entre ejes de madera C-18, en clase de servicio 2 y con un vano de L = 6,3 m.



Se dispone una capa de compresión con 6 cm de espesor de HA-25/P/16/I en contacto con las viguetas (sin separación por tablero). Para este material consideraremos:

$E_{c,28} = 27\ N/mm^2$; $0{,}85\ f_{cd} = 14{,}17\ N/mm^2$

$f_{ct,m} = 2{,}56\ N/mm^2$; $f_{ct,k} = 1{,}80\ N/mm^2$; $f_{ct,d} = 1{,}20\ N/mm^2$

El forjado se construye con apeo lo suficientemente denso como para considerar que todas acciones las asume el conjunto mixto.

Se suponen las siguientes acciones (no se considera la posibilidad de carga puntual que precisaría de modelos que quedan fuera de los objetivos de este curso):

- Carga permanente: $G = 4{,}0\ kN/m^2$ (incluido tabiquería)
- Sobrecarga de uso: $Q = 2{,}0\ kN/m^2$ (vivienda); $\psi_1 = 0{,}5$; $\psi_2 = 0{,}3$

Es más didáctico utilizar los esfuerzos distribuidos que directamente la formulación en tensiones. Además, permite generalidad en cuanto a las formas de las secciones transversales y contemplar la separación de materiales.

Si el apoyo de la vigueta es directo debe comprobarse el cortante asumiéndolo por completo ésta y pudiéndose realizar a un canto. Es práctico y a favor de la seguridad realizarlo de esta manera (que además no resulta afectada por la reología). Por brevedad dejamos esta comprobación al lector. También se omite la comprobación de la compresión perpendicular a la fibra en función de las condiciones de asiento de la vigueta.

Puede en este caso considerarse un ancho eficaz de 50 cm igual a la separación entre viguetas. La aplicación de la ecuación de Natterer y Hoeft supone un valor muy próximo a éste.

Como conexión se disponen barras de acero encoladas de ϕ 12 mm con separación de 140 mm en los cuartos extremos y de 280 mm en la mitad central del vano. A partir de la separación eficaz (como equivalente a una separación uniforme) y empleando la expresión de A. Ceccotti:

$K_{ser} = 0{,}125\ E_{0,m}\ d = 0{,}125 \times 9000 \times 12 = 13.500\ N/mm$

$s_{ef} = 0{,}75 \times 140 + 0{,}25 \times 280 = 175\ mm$

$K_{unt} = K_{ser} / s = 13500 / 175 = 77{,}143$ N/mm² para ELS

$K_{unt} = K_{ser} / s = 2 \times 77{,}143 / 3 = 51{,}429$ N/mm² para ELU

A lo largo del ejemplo se realizarán comentarios en referencia a esta opción de cosido.

No se incluirá el factor de carga compartida "k_{sys}" comprobando que no es necesario. Se evita con ello la necesidad de una mayor resistencia transversal de la losa.

Adviértase que en el ejemplo sólo hay una sobrecarga. En un caso más general habrá que utilizar las combinaciones "característica", "frecuente" y "casi permanente" establecidas en acuerdo con CTE contemplando todas las acciones desfavorables con los correspondientes coeficientes de combinación (ψ_{0i}, ψ_{1i}, ψ_{2i}).

5.4.1. Cálculos en estado límite último (ELU)

a) <u>ELU en estado inicial</u>

Se pretende analizar el comportamiento de la estructura en su etapa inicial tras su puesta en servicio. Se consideran para ello módulos de elasticidad no afectados por la fluencia. A efectos de la resistencia de la madera, se considerará la duración de las acciones sin proceso de fluencia.

Posteriormente se analiza el estado diferido, a largo plazo, en el que se ha estabilizado este proceso. Es un procedimiento simplificado que trata de acotar el complejo y aleatorio comportamiento de la estructura en su vida útil.

<u>a.1.-Hipótesis de carga permanente y sobrecarga</u>

CTE: SE-M admite tratar la sobrecarga de uso como de media duración por lo que es "K_{mod} = 0,8".

La carga de cálculo (q) y el máximo flector (M) en el centro del vano son:

$q = (1{,}35 \times 4 + 1{,}5 \times 2)\ 0{,}5 = 4{,}20$ kN/m ; $M = 4{,}2 \times 6{,}3^2 / 8 = 20{,}837$ m kN

Las constantes básicas de las sección (h: hormigón; m: madera) resultan ser:

$E_hA_h = 27 \times 500 \times 60 = 810.000$ kN ; $E_mA_m = 9 \times 150 \times 250 = 337.500$ kN

$E_hI_h = 810.000 \times 0{,}06^2 / 12 = 243{,}00$ kN m²

$E_hI_h = 337.500 \times 0{,}25^2 / 12 = 1757{,}81$ kN m²

EI_{min}(sin conexión) = 243,00 + 1757,81 = 2.000,81 kN m²

Brazo de la sección entre cc.gg.: z = (6 + 25) / 2= 15,5 cm

EI_{max}(sin deslizamiento) = 2.000,81 + 0,155² [810.000 x 337.500 / (810.000 + 337.500)] = 7.724,41 kN m²

El módulo penalizador por deslizamiento, aplicado al ala de hormigón es:

$$\gamma_h = \left(1 + \frac{\pi^2 E_h\, A_h}{K_{unt}\, L^2}\right)^{-1} = \left(1 + \frac{\pi^2 \times 810.000 \times 10^3}{51,429 \times 6.300^2}\right)^{-1} = 0,2034$$

El centro geométrico de la sección penalizada queda localizado por:

$$a_h = \frac{E_m\, A_m\, z}{\gamma_h\, E_h\, A_h + E_m\, A_m} = \frac{337.500 \times 15,5}{0,2034 \times 810.000 + 337.500} = 10,42\, cm$$

$$a_m = z - a_h = 15,50 - 10,42 = 5,08\, cm$$

La rigidez eficaz se obtiene mediante:

$$(EI)_{ef} = E_1\, I_1 + E_2\, I_2 + \gamma_1\, E_1\, A_1\, a_1^2 + E_2\, A_2\, a_2^2 = \Sigma EI + z^2 \frac{\gamma_1\, E_1\, A_1\, E_2\, A_2}{\gamma_1\, E_1\, A_1 + E_2\, A_2} = 4.660,58\, kN\, m^2$$

El axial distribuido sin y con deslizamiento se pueden evaluar mediante:

$$N(\text{sin dzto.}) = \frac{z\,\overline{EA}}{EI_{\max}} M = \frac{z}{EI_{\max}} \frac{E_h\, A_h\, E_m\, A_m}{E_h\, A_h + E_m\, A_m} M = 99.612\, N$$

$$N(\text{con dzto.}) = \frac{E_m\, A_m\, a_m}{EI_{ef}} M = 76.721\, N$$

lo que representa un buen rendimiento del 77,02 %. Este axial es de compresión en el hormigón y de tracción en la madera. Los momentos distribuidos en cada material son:

$$m_h = \frac{E_h\, I_h}{EI_{ef}} M = 1.086\ N\, m \quad ; \quad m_m = \frac{E_m\, I_m}{EI_{ef}} M = 7.859\ N\, m$$

La máxima fuerza en los conectores se origina en los extremos con cortante máximo (V = q L / 2) y separación mínima ($s = s_{min}$) y en los cuartos de vano con mitad de cortante (V = q L / 4) pero distancia doble entre conectores ($s = s_{max}$):

$$Q_{conector} = \frac{E_m\, A_m\, a_m}{EI_{ef}} s V = 6.820\, N$$

Acometamos la comprobación resistente de los diferentes materiales. La madera queda sometida a un estado de flexo-tracción con tensiones:

$$\sigma_t = \frac{7.6721}{150 \times 250} = 2,046\, N/mm^2 \quad ; \quad \sigma_m = \frac{6 \times 7.859 \times 1.000}{150 \times 250^2} = 5,030\, N/mm^2$$

La interacción entre estos esfuerzos (con diferentes resistencias frente a cada uno) se lleva a cabo mediante suma de índices de agotamiento:

$$I = \frac{1,3}{0,8}\left(\frac{2,046}{11} + \frac{5,030}{18}\right) = 0,756 < 1$$

en donde se ha tenido en cuenta "k_{mod} = 0,8" y el coeficiente de seguridad de la madera de 1,3. En caso de poderse considerar K_{sys} resultaría este índice dividido por este factor.

La resistencia del conector se puede evaluar a partir de simple cortadura contra placa de acero (gruesa). Con barras encoladas puede admitirse un incremento de la resistencia al aplastamiento de hasta un 20 %. Es conveniente, por no limitar su resistencia y poder desarrollar el "K_{ser}" previsto, que se penetre en la madera la necesaria distancia para que la resistencia no quede condicionada por ésta.
En el hormigón se debe prolongar en al menos 3 diámetros. Con el espesor de capa de compresión disponible, para mejorar el comportamiento, proponemos 45 mm dejando 15 mm de recubrimiento.

Considerando un acero de 500 MPa en rotura y un 10 % superior la resistencia a aplastamiento en la madera, por las condiciones en ésta se obtiene:

$$M_{y,Rk} = 0,3 \times 500 \times 12^{2,6} / 1,25 = 95.931,8\, N\,mm \quad ; \quad M_{y,Rd} = 95.931,8 / 1,25 = 76.745,4\, N\,mm$$
$$f_{h,k} = 1,1 \times 0,082 \times (1 - 0,01 \times 12) \times 320 = 25,40\, N/mm^2 \; ; \; f_{h,d} = 0,8 \times 25,40 / 1,3 = 15,63\, N/mm^2$$
$$F_{v,Rd} = 2,3\sqrt{76.745,4 \times 15,63 \times 12} = 8.726\, N$$

En donde para combinación "G+Q" es "K_{mod} =0,8". Tomaremos una longitud de 120 mm (10 diámetros) que es suficiente para que la resistencia no quede limitada por la longitud de penetración (en esta hipótesis bastarían 100 mm pero en las hipótesis con K_{mod} = 0,6 es precisa, aproximadamente, esta distancia).

Debe decirse que caben dudas en cuanto a este procedimiento de determinar la resistencia de cálculo de la clavija, pues CTE: SE-M sólo ofrece expresiones con resistencias características. Parece que la metodología que podrá imponerse es el de obtener la resistencia característica y obtener la de cálculo en analogía a la de la madera. En este caso se obtendría:

$$F_{v,Rk} = 2,3\sqrt{95.931,8 \times 25,40 \times 12} = 12.437\, N$$
$$F_{v,Rd} = K_{mod}\, F_{v,Rk} / \gamma_M = 0,8 \times 12.437 / 1,3 = 7.654\, N$$

Mantendremos en este ejemplo la primera modalidad de cálculo (resultado de $F_{v,Rd}$ = 8.726 N). Dejamos al lector la comprobación de que no resulta limitante el anclaje en el hormigón según la formulación de EC-4.

La resistencia de la clavija de conexión supera la fuerza solicitante. A partir de este resultado (posteriormente obtendremos otros valores de solicitación en los conectores) es posible un diseño con separación constante de: s_{ef} = 175 mm. El conector seguiría valiendo: $Q_{conector}$ = 6.820 x 175 / 140 = 8.525 N < 8.726 N. No obstante resulta poco margen ante la posibilidad de que se origine un superior rasante por una valoración conservadora de K_{ser}. En el caso de no existir deslizamiento sería con "$s = s_{ef}$":

$$Q_{conector}(\text{sin dzto.}) = \frac{z}{EI_{max}} \frac{E_h A_h E_m A_m}{E_h A_h + E_m A_m} s\, V = 11.068\, N$$

Con la disposición a cuartos y mitad central, el rasante máximo en conector sería de 8.855 N; solo ligeramente superior al valor resistido. Por otra parte debe decirse que la conexión de clavi-

jas es un mecanismo dúctil que puede permitir en apreciable medida la redistribución de rasantes entre conectores.

Por último analicemos las solicitaciones en el hormigón compuestas por una compresión axial y un flector que originan las siguientes tensiones (compruébelo el lector) en los extremos:

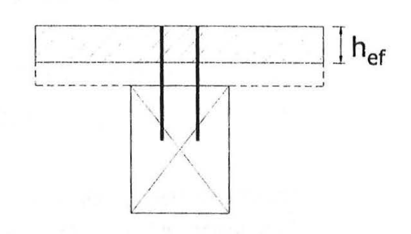
- Tensión en borde superior: - 6,18 N/mm² (compresión)
- Tensión en borde inferior: + 1,06 N/mm² (tracción)

La compresión es admisible, pero aparecen tracciones de valor prudente, inferiores a $f_{ct,d}$. No obstante, siempre es conveniente el armado longitudinal pues minora la fisuración que puede conducir a una merma de la rigidez (y resistencia) de la conexión, aspecto aún no suficientemente estudiado ni experimentado.

También el armado mejora la respuesta ante la fluencia del hormigón, su capacidad a cortante y la ductilidad de su sección. Por otro lado, en forjados, es usualmente admitido simplificar los efectos de la retracción por lo que el armado es un factor adicional para la seguridad. Igualmente debe analizarse el armado transversal frente al rasante en alas y por su flexión, siendo sólo necesario adoptar la mayor cuantía de acero bajo cada uno de estos conceptos. Los dimensionamientos del armado deben de realizarse en acuerdo con EHE.

Por otra parte, los recubrimientos de la armadura y los pequeños espesores reducidos de la capa de compresión pueden suponer baja eficacia en el control de la fisuración. Es recomendable realizar el cálculo como si se tratase de hormigón en masa y disponer adicionalmente el armado. A partir de un diseño con tracciones que no superen la resistencia característica, y disponiendo armado, puede considerarse que no hay pérdida significativa de rigidez en la conexión. Adicionalmente, es conveniente realizar un cálculo como hormigón en masa sin admitir tracciones.

Para tal finalidad se considera un espesor eficaz (h_{ef}) de la capa de hormigón, de manera que resulte comprimido, como se indica en la figura en la margen derecha.



El ancho eficaz es variable a lo largo de la pieza pero, simplificadamente, admitiremos que es constante e igual al necesario en la sección central de mayor solicitación.

Se aconseja pues un doble análisis, con sección completa y reducida en el hormigón. En el primer caso para estudiar las tensiones de tracción, el armado y la respuesta de la conexión. Siempre cabe la posibilidad de que el hormigón responda mejor de lo previsto frente a las tracciones y además, considerar en toda la pieza la sección reducida del enclave de máximo momento no tiene porque quedar del lado de la seguridad al evaluar los rasantes y cortantes distribuidos. Por otro lado, el análisis con espesor eficaz reducido en compresión asegura la resistencia sin admitir tracciones en el hormigón dejando como margen de seguridad el armado frente a las simplificaciones e incertidumbres.

Si el espesor eficaz resulta demasiado escaso puede ser preciso reducir también el ancho eficaz del hormigón. En estos casos cabe considerar para los conectores un modelo con separación (v.g. Gelfi et al. 2002, ref. [31]) entre materiales (que puede ser inferior al espesor perdido).

El cálculo en fisuración, sin admitir tracciones, cabe abordarlo por tanteos. Para el presente ejemplo:

h_{ef} = 5,05 cm; z = 25 / 2 + 6 – 5,05 / 2 = 15,975 cm; γ_h = 0,2328; EI_{ef} = 4.657,17 kN m^2

N = 77,146 kN ; m_h = 0,648 m kN ; m_h = 7,865 m kN ; $Q_{conector}$ = 6.857 kN

Tensión máxima en el hormigón: - 6,106 N/mm^2

Tensiones en la madera: σ_t = + 2,057 N/mm^2 (tracción) ; σ_m = ± 5,034 N/mm^2

Índice de aprovechamiento en la madera: I = 0,758

<u>a.2.-Hipótesis de carga permanente</u>

En este supuesto se analiza la resistencia de la madera bajo cargas de larga duración sin considerar que sea significativo el proceso de fluencia.

CTE: SE-M admite considerar la sobrecarga de uso como de media duración. Sin embargo es una simplificación que en buena medida se contradice al admitir coeficientes de combinación (Ψ_i) para la misma y diversos valores de "K_{mod}" según las duraciones de la carga. De hecho, admite que las deformaciones por fluencia se realicen en la combinación casi permanente: G + Ψ_2 Q; como si "Ψ_2 Q" fuese una fracción de sobrecarga casi permanente.

Podría establecerse esta comprobación con sólo "G" y K_{mod} = 0,6. No obstante, en la estructura mixta madera hormigón, como otro margen frente a las incertidumbres se propone realizar el cálculo con "G + Ψ_2 Q" y K_{mod} = 0,6 de carga permanente. Este criterio concuerda con la práctica que se expondrá para el análisis diferido (con fluencia) en base a la citada propuesta de A. Ceccotti et al. (2002).

La carga de cálculo es: g = (1,35 x 4 + 1,5 x 0,3 x 2) x 0,5 = 3,15 kN/m. Respecto de la anterior hay una proporción de 4,20 / 3,15 = 1,333, de igual valor que la existente entre los "K_{mod}", por lo que resulta igual índice de agotamiento en la madera.

El cortante máximo en el conector puede obtenerse por proporcionalidad pero debe calcularse nuevamente el valor de su resistencia utilizando K_{mod} = 0,6. Su índice de agotamiento resulta ser: (6.857 / 1,333) / 7.557 = 0,681 inferior al anterior con valor de: 6.857 / 8.726 = 0,786. Si se utilizase el otro método de obtener la resistencia de la clavija sería aplicable un cálculo en base a proporcionalidad.

En esta hipótesis, claro está, no es necesario el estudio del hormigón. Por otra parte, con mayor fluencia en el hormigón, la madera resulta más penalizada en el largo plazo. La comprobación cabe limitarla a la conexión si no hay demasiado condicionante por excesiva fisuración.

b) <u>ELU en estado final</u>

Analizaremos ahora el estado a largo plazo cuando hayan llegado a un supuesto equilibrio los procesos de fluencia. La historia de las sobrecargas es evidentemente aleatoria, incluso hasta la de parte de las cargas permanentes. Admitiremos que la fluencia se origina bajo una carga casi permanente "G + Ψ_2 Q = G + 0,3 Q", no siendo significativa para la restante sobrecarga "(1 - Ψ_2) Q = 0,7 Q".

Bajo la carga casi permanente la respuesta a largo plazo depende de los siguientes módulos:

$$\text{Hormigón:} E_{c,\infty} = \frac{E_{c,i}}{1+\varphi} \ ; \ \text{Madera:} E_{m,0,\infty} = \frac{E_{m,0,i}}{1+K_{def}} \ ; \ \text{Conexión:} K_{ser,\infty} = \frac{K_{ser,i}}{1+K_{def}}$$

Bajo las restantes sobrecargas los módulos son los instantáneos: E_{ci} ; $E_{m,o,i}$; $K_{ser,i}$.

El largo plazo presenta aún bastante incertidumbre. Actualmente se está llevando a cabo un mayor esfuerzo en su estudio teórico y en la experimentación. El proyectista debe dimensionar con cierta precaución.

Para la conexión ha sido habitual suponer igual reología que en la madera por su dependencia con el aplastamiento de ésta y suponiendo poco representativo el efecto en el hormigón. Así lo consideraremos, tal y como se ha indicado en las anteriores ecuaciones.

Sin embargo, recientemente A. Ceccotti et al. (RILEM 2006, ref. [17]) en el artículo: "Long-term and collapse tests on a timber-concrete composite beam with glued-in connection", muestran en base a datos experimentales a largo plazo (de vigas conectadas con barras encoladas y exposición a la intemperie), que hay una mayor fluencia de la conexión, del orden de considerar duplicado el factor de fluencia de la madera.

Partimos del hecho de que el hormigón fluye más que la madera por lo que a largo plazo asumirá ésta mayores esfuerzos. Cabe ahora centrar más el análisis en ésta, introduciendo márgenes de prudencia frente a la incertidumbre del largo plazo. Para ello puede sobrevalorarse el coeficiente de fluencia del hormigón y obviar que, con el tiempo, aumenta ligeramente su módulo de elasticidad de respuesta instantánea.

Igualmente mantendremos un análisis como si se tratase de hormigón en masa, con la armadura "a más", y llevando a cabo cálculos con la sección completa de hormigón y la eficaz sin admitir tracciones. Téngase además en cuenta que se están simplificando los efectos de la retracción.

Los coeficientes de fluencia del hormigón pueden determinarse según EHE, o estimarse a partir de sus tabulaciones, debiendo el lector recapacitar sobre la influencia del plazo para desapear. Para este ejemplo se supondrá: $\varphi = 3$. En el caso de la madera, en clase de servicio 2, es $K_{def} = 0,8$. En las nuevas versiones de los EC y en SE-M sólo se ofrecen los coeficientes de fluencia para combinación casi permanente.

Como en el caso anterior estudiaremos las hipótesis "G + Q" con $K_{mod} = 0,8$ y "G + Ψ_2 Q" con $K_{mod} = 0,6$. Dado el actual desconocimiento a largo plazo, parece ahora más conveniente establecer esta última hipótesis.

<u>b.1.-Hipótesis de carga permanente y sobrecarga</u>

La carga mayorada de cálculo es q = 4,20 kN/m y el flector máximo en el centro M = 20,837 m kN.

En acuerdo a la citada propuesta de A. Ceccotti, A; M. Fragiacomo y R. Gutkowski (2002) se establece:

* Bajo carga de fluencia real (sin mayorar):

g = (4 + 0,3 x 2) x 0,5 = 2,30 kN/m ; M = 2,30 x $6{,}3^2$ / 8 = 11,411 m kN

la pieza se analiza con módulos afectados por la fluencia:

$E_{c,def}$ = 27.000 / (1 + 3) = 6.750 N/mm^2 ; $E_{m,def}$ = 9.000 / (1 + 0,8) = 5.000 N/mm^2

$K_{ser,def}$ = 51,429 / (1 + 0,8) = 28,572 N/mm^2

Es discutible que la carga de fluencia no se mayore pues el diseño en ELU cabe concebirlo como la respuesta al colapso frente a cargas hipotéticamente sobrevaloradas.

* Bajo carga diferencial:

Δq = 4,20 – 2,30 = 1,90 kN/m ; M = 1,9 x $6{,}3^2$ / 8 = 9,426 m kN

Se analiza con módulos de respuesta instantánea, no afectados por la fluencia:

E_c = 27.000 N/mm^2 ; E_m = 9.000 N/mm^2 ; K_{ser} = 51,429 N/mm^2

Al no mayorarse la carga de fluencia aparece una parte de carga "0,35 G" como acción que no origina fluencia (al igual que una parte de la sobrecarga que cabe conceptualizarla como casi permanente).

La respuesta es la superposición de ambas. Seguidamente se ofrece un resumen de resultados con la sección completa de hormigón:

Sección completa hormigón: hef = 6 cm					
Combinación	Tensiones (N/mm^2) madera		Tensiones (N/mm^2) hormigón		Conector
G + Q	σt	σm	σsup	σinf	Q (N)
Por carga fluencia	+1,079	±3,096	-2,352	-0,346	3597
Por carga diferencial	+0,926	±2,275	-2,795	+0,481	3085
Total	+2,005	±5,371	-5,147	+0,135	6682

El índice de agotamiento en la madera resulta ser de I = 0,781 con K_{mod} = 0,8 . La tracción en el hormigón es pequeña no mereciendo la pena un cálculo con su espesor reducido (sería de 5,84 cm). Fíjese el lector que para este cálculo debe considerarse la misma sección de hormigón(iguales h_{ef} y b_{ef}) bajo carga de fluencia y diferencial.

El rendimiento en axial distribuido respecto del estado sin deslizamiento es de 78,29 %. Supera el inicial a causa del estado bajo carga casi permanente, pero téngase en cuenta que se refieren a secciones con distintos módulos de elasticidad.

b.2.-Hipótesis bajo carga casi permanente

La carga total de esta hipótesis es (Ψ_2 = 0,3):

q = (1,35 x 4 + 1,5 x 0,3 x 2) 0,5 = 3,15 kN/m

Igualmente se segregan las acciones y respuesta estructural mediante:

* Bajo carga de fluencia real:

$g = (4 + 0{,}3 \times 2) \times 0{,}5 = 2{,}30$ kN/m

$E_{c,def} = 27.000 / (1 + 3) = 6.750$ N/mm^2 ; $E_{m,def} = 9.000 / (1 + 0{,}8) = 5.000$ N/mm^2

$K_{ser,def} = 51{,}429 / (1 + 0{,}8) = 28{,}572$ N/mm^2

* Bajo carga diferencial:

$\Delta q = 3{,}15 - 2{,}30 = 0{,}85$ kN/m ; $M = 1{,}9 \times 6{,}3^2 / 8 = 9{,}426$ m kN

$E_c = 27.000$ N/mm^2 ; $E_m = 9.000$ N/mm^2 ; $K_{ser} = 51{,}429$ N/mm^2

Los resultados pueden obtenerse por proporcionalidad con el anterior caso, respectivamente bajo carga de fluencia y diferencial. Dejamos al lector que compruebe que el índice de agotamiento en la madera es de $I = 0{,}789$ (ahora con $K_{mod} = 0{,}6$), la fuerza máxima en la conexión de 3.602 N y que el hormigón resulta comprimido en su totalidad.

Con mayor fluencia en el hormigón que en la madera y la conexión tienden a minorarse las tracciones y la figuración en éste.

c) *ELU en incendio*

El aspecto más relevante frente al fuego es si la conexión puede mantener la respuesta como viga mixta. Es necesario para ello que las altas temperaturas no afecten en exceso sus propiedades de resistencia y rigidez, tanto al metal como a las posibles resinas.

Aún falta acuerdo e investigación sobre el efecto del fuego en la conexión de las piezas mixtas. No obstante, pueden salvarse las incertidumbres asegurando la respuesta mediante un adecuado diseño, evitando que llegue el calor a la conexión.

La madera es un buen aislante. Con exposiciones al fuego superiores a los 20 minutos, a unos 35 mm del frente de carbonización, la temperatura es aproximadamente la anterior al incendio. Con las velocidades de carbonización ficticias habitualmente utilizadas, mayores que las reales a los efectos de simplificar el redondeo de aristas, se pueden considerar que la mencionada distancia es de unos 25 mm. Véase por ejemplo "Estructuras de madera" de R. Argüelles Álvarez, F. Arriaga Martitegui y F. Martinez Calleja (2000, ref. [7]).

Así pues, si la sección reducida, considerando sólo la velocidad de carbonización y prescindiendo del término "k_0 d_0" (que intenta compensar la merma de propiedades en la madera), ofrece un adecuado recubrimiento de la conexión, puede considerarse que ésta no quedará significativamente afectada.

Por otra parte hay que evitar que el calor llegue a través del hormigón, para lo que puede ser necesario la disposición de las oportunas barreras aislantes.

Si no es así, y las altas temperaturas llegan a la conexión, a falta de datos, cabe plantear que sólo resulta resistente la sección de madera (no afectada por la carbonización), considerando el hormigón sin capacidad frente a la flexión simple.

Considerando sólo resistente la madera, el diseño puede en bastantes ocasiones resultar poco o nada condicionado. Ello es debido a que el incendio es una situación accidental en la que "$K_{mod} = 1$" (duración corta y la madera se seca), con combinación de acciones no mayoradas y reducida a "$G + \psi_1 Q$" y no minorándose la resistencia ($\gamma_M = 1$). A su vez, puede ocurrir que a la sección reducida por la carbonización pueda aplicársele el factor de altura "K_h".

Aunque SE-M no lo recoge, puede considerarse, en acuerdo con EC-5, una resistencia superior de la madera mediante el factor "K_f". Si se considera que se mantiene el funcionamiento como viga mixta es aconsejable, ante las posibles incertidumbres, no incluir este factor "K_f".

A efectos de diseño, con exposición a fuego a tres caras, puede resultar más conveniente, en principio, colocar una sola fila de conectores para disponer de mayor recubrimiento. Con exposición a una sola cara no hay problema en colocar, si es preciso mayor rigidez de cosido, dos filas de conectores (que origina un mejor reparto del rasante contra el ala).

Considerando para nuestro ejemplo un R-30 y exposición a tres caras, la sección reducida de cálculo es:

$$b_r = 150 - 2 \times (0{,}8 \times 30 + 7) = 88 \text{ mm} \quad ; \quad h_r = 250 - (0{,}8 \times 30 + 7) = 219 \text{ mm}$$

A efectos de recubrimiento la sección no carbonizada es de ancho 150 – 2 x 0,8 x 30 = 102 mm y de canto 250 - 0,8 x 30 = 226 mm. Considerando un taladro de 14 mm para la resina resulta un recubrimiento lateral de (102 – 14) / 2 = 44 mm y superior en el canto. Podemos admitir la respuesta como viga mixta si a su vez aseguramos que la unión no se caliente a través de la capa de hormigón.

No obstante, comencemos analizando qué ocurre si sólo es resistente la madera. Incluso suponiendo que los conectores no fuesen capaces de limitar el vuelco lateral, y admitiendo un "$K_f = 1{,}25$", dejamos al lector que compruebe que se obtiene un índice de agotamiento de la escuadría no carbonizada de 0,887 < 1.

Es posible, por tanto, asegurar la resistencia longitudinal con sólo la madera. Además, si fuese precisa mayor rigidez de conexión, podría cambiarse su diseño disponiendo parejas de conectores (conformando dos filas).

Analicemos ahora el comportamiento como viga mixta. También lo llevaremos a cabo a corto y largo plazo. Se supone (CTE) que los módulos se mantienen constantes durante el incendio conservando sus valores anteriores a éste. Como ahora siempre K_{mod} es la unidad, sólo es preciso estudiar la combinación frecuente: "$G + \psi_1 Q = G + 0{,}5 Q$".

<u>c.1.-Incendio en estado inicial</u>

El incendio se produce tempranamente, considerándose que no se ha originado un significativo proceso de fluencia.

La carga de cálculo es: q = (4 + 0,5 x 2) x 0,5 = 2,50 kN/m; la sección reducida de madera de 8,8 x 21,9 cm y los módulos a utilizar: E_c = 27.000 N/mm^2; E_c = 9.000 N/mm^2; K_{unt} = 51,429 N/mm^2 (afectado por "2/3" por ser análisis en ELU).

Considerando como eficaz todo el espesor de hormigón se obtienen los siguientes resultados:

- Hormigón: σ_{sup} = - 5,782 N/mm² ; σ_{inf} = + 2,005 N/mm²

- Madera: σ_t = + 2,940 N/mm² ; σ_m = ± 4,737 N/mm² ; I = 0,530

- $Q_{conector}$ = 5.036 N

No habiéndose incluido ahora el factor "K_f = 1,25". La resistencia de la clavija hay que determinarla de nuevo sin coeficientes de seguridad y sin K_{mod}, tomando un valor de 12.437 N que ofrece un buen margen de sobredimensionado, siempre aconsejable en incendio. La comprobación a cortante, asumiéndolo todo el alma de madera queda por parte del lector.

Realizando el cálculo sin admitir tracciones en el hormigón, el espesor eficaz de la capa de compresión se reduce a h_{ef} = 4,22 cm obteniéndose:

- Hormigón: σ_{sup} = - 5,518 N/mm²

- Madera: σ_t = + 3,019 N/mm² ; σ_m = ± 4,774 N/mm² ; I = 0,540

- $Q_{conector}$ = 5.172 N

Tal vez haya una considerable entrada en tracción del hormigón (prudentemente superior a $f_{ct,k}$) con apreciable pérdida de espesor eficaz. Una justificación más precisa, con pérdida de rigidez (y resistencia) de la conexión podría abordarse suponiendo una separación de materiales de por ejemplo 10-15 mm y aplicando a las clavijas, por ejemplo, la actual teoría de P. Gelfi et al. (2002, ref. [31]).

c.2.-Incendio en estado final

El incendio ocurre tras la estabilización del proceso de fluencia. El estudio es análogo al descrito anteriormente. La carga total de cálculo es 2,50 kN/m.

Bajo la carga casi permanente de fluencia de 2,30 kN/m los esfuerzos distribuidos se obtienen a partir de los módulos: $E_{c,def}$ = 6750 N/mm²; $E_{m,def}$ = 5.000 N/mm² y $K_{ser,def}$ = 28,572 N/mm².

Bajo la carga diferencial Δq = 2,50 – 2,30 = 0,20 kN/m se admite respuesta sin fluencia con los módulos de respuesta instantánea: E_c = 27.000 N/mm²; E_m = 9.000 N/mm² y K_{ser} = 51,429 N/mm².

Procediéndose finalmente a la superposición de ambos estados.

Considerando como eficaz todo el hormigón se obtiene un índice de aprovechamiento o agotamiento en la madera de I = 0,568, una fuerza máxima en la conexión de 5.093 N y una tracción en el hormigón de sólo 0,241 N/mm².

Un cálculo alternativo sin tracciones en el hormigón conduce a h_{ef} = 5,65 cm sin afección práctica de los resultados.

5.4.2. Estudio en estado límite de servicio (ELS)

Acometamos finalmente el estudio de las deformaciones en servicio en acuerdo con SE-M. Conceptualmente el procedimiento es análogo considerando que sólo la combinación de acciones casi permanente origina fluencia.

Para este análisis hay que determinar rigideces eficaces sin afectar "K_{ser}" por "2/3" al tratarse de un estado límite de servicio. Además hay que evaluar las tracciones en el hormigón para ver qué grueso eficaz puede aportar. Continuaremos con un cálculo como hormigón en masa con el armado como factor de adicional seguridad.

En servicio puede admitirse hasta "$f_{ct,m}$", aunque recomendamos como más prudente "$f_{ct,k}$" para asegurar la rigidez prevista en la conexión. Cuando resulte más desfavorable, como en el caso de la deformación inicial a efectos de obtener la flecha activa, es prudente no considerar reducido el espesor de hormigón.

Realicemos algunos cálculos previos antes de acometer las comprobaciones prescritas por CTE.

* *Flecha total en el estado inicial*

Utilizamos los módulos de elasticidad y deslizamiento: E_c = 27.000 N/mm²; E_m = 9.000 N/mm² y K_{ser} = 77,143 N/mm². Este último sin afectarlo por "2/3".

La rigidez eficaz resulta ser: EI_{ef} = 5.238,25 kN m² (del 67,81 % respecto del estado sin deslizamiento). Para carga total de q = (4 + 2) x 0,5 = 3 kN/m la flecha instantánea es de:

$$f = \frac{5 \times 3 \times 6,3^4}{384 \times 5.238,25} \times 10^3 = 11,7\,mm$$

Calculando la máxima tracción en el hormigón resulta: σ_{inf} = 0,181 N/mm²

** *Flecha diferida bajo carga casi permanente*

Utilizamos los módulos de elasticidad diferidos: $E_{c,def}$ = 6.750 N/mm²; $E_{m,def}$ = 5.000 N/mm² y $K_{ser,def}$ = 77,143 / 1,8 = 42,857 N/mm². Este último sin afectarlo por "2/3".

La combinación casi permanente a la que se atribuye toda la fluencia es "G + ψ_2 Q" que supone una carga de 2,30 kN/m.

Una vez más realizamos los cálculos y se obtiene una rigidez eficaz de: $EI_{ef,def}$ = 2.531,98kN m² (74,99 % de la del estado sin deslizamiento) resultando todo el hormigón en compresión. La flecha es:

$$f = \frac{5 \times 2,3 \times 6,3^4}{384 \times 2.531,98} \times 10^3 = 18,6\,mm$$

*** *Flecha diferida para la carga total*

Admitiendo que las máximas tracciones en el hormigón se originan en el estado inicial, para el que a carga total se han considerado admisibles, la sección siempre es completa y la flecha total diferida puede obtenerse mediante:

- De la carga casi permanente: 18,6 mm
- Instantánea del resto de sobrecarga
  (3 – 2,3 = 0,7 kN/m): 11,7 x 0,7 / 3 = 2,7 mm
- Flecha total diferida: 18,6 + 2,7 = 21,3 mm

Si hay que considerar reducción de la capa de compresión, debe obtenerse la flecha bajo una misma sección (h_{ef}), con la superposición de la carga casi permanente con módulos diferidos y la sobrecarga adicional con módulos instantáneos.

Puede obtenerse que en esta hipótesis todo el hormigón resulta comprimido.

Estudiemos finalmente las exigencias de CTE.

a) Confort de usuarios

El criterio de flecha por confort responde a la producida mientras los usuarios utilizan la estructura, por lo que se evalúa una respuesta instantánea. La interpretaremos como la flecha producida por la sobrecarga de uso total (q = 2 x 0,5 = 1 kN/m):

f = 11,7 x 1 / 3 = 3,9 mm <> L / 1615

muy inferior al límite exigido de "L/350". Por los anteriores resultados se puede considerar sección completa tanto si ocurre inicialmente como en el largo plazo. Posiblemente sería más adecuada la comprobación deduciendo la parte de carga casi permanente.

b) Apariencia de la obra

Si se considera este aspecto la flecha diferida debe ser inferior a "L / 300" en la combinación de acciones casi permanente. En el caso planteado:

f = 18,6 mm <> L / 339

c) Integridad de los elementos constructivos

Centraremos la atención en la tabiquería y supondremos que después su puesta en obra resta por colocar una carga permanente de 1 kN/m^2. Hasta entonces admitiremos, a favor de la seguridad, que no se ha producido fluencia. Recordamos que no hay una propuesta normalizada que detalle la fluencia de la madera en el tiempo, sólo se ofrece a largo plazo. Con ello también se simplifica la dependencia de la planificación de la obra.

La flecha instantánea una vez finalizada la tabiquería para q = (4 –1) x 0,5 = 1,5 kN/m, es:

f = 5.000 x 1,5 x 6,3^4 / (384 x 5.238,25) = 5,9 mm

que deduciéndosela a la de la carga total y en estado diferido supone una flecha, denominada usualmente como "activa", de:

f = 21,3 – 5,9 = 15,4 mm <> L / 409

En criterio de CTE sería válida para tabiques ordinarios (límite L/400).

5.4.3. Algunas conclusiones

Con la teoría expuesta y a partir de este ejemplo, pueden entenderse algunos aspectos de interés práctico para el diseño y predimensionado de forjados mixtos de este tipo.

- El rendimiento de la respuesta estructural depende de la rigidez de la conexión convirtiéndose en una cuestión "clave". La separación variable de los conectores puede ayudar considerablemente a mejorar su condición de resistencia. No debe el proyectista olvidar las consecuencias que supone la ejecución con o sin apeo y en su caso, la densidad de éste.

- No es limitante la resistencia a compresión del hormigón. La incidencia de tracciones y fisuración es mayor en el estado inicial y en las respuestas instantáneas; con la fluencia se reducen. Un adecuado diseño conduce a escasa relevancia en los análisis reduciendo el espesor de la capa de compresión.

- Con mayor fluencia del hormigón que en la madera, ésta resulta más agotada en el largo plazo. No obstante, el índice es próximo al inicial debido a un más elevado coeficiente penalizador "γ" por deslizamiento y la reducción de la fisuración en el hormigón.

- En no pocas ocasiones puede atribuirse a la madera sola la responsabilidad completa de la resistencia longitudinal en caso de incendio sin condicionar, o sólo aceptablemente, el diseño previsto para situación normal.

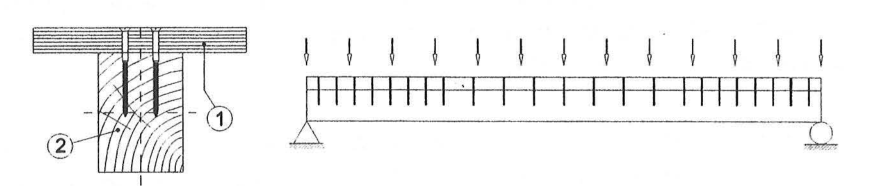
- Las comprobaciones de rigidez referentes a la apariencia de la obra y a la flecha activa con "L/400" suelen resultar próximas. No obstante, esta última, depende de la secuencia de colocación de las concargas. El confort de usuarios no es determinante en las necesidades de rigidez.

5.5. Escuadría de madera aserrada con tablero microlaminado (LVL)

Consideraremos el mismo caso pero, en sustitución del hormigón, se disponen alas de tablero microlaminado (LVL) de 26 cm de ancho y 5 cm de grueso con 15.000 N/mm² de módulo de elasticidad.

Por brevedad sólo nos centraremos en el análisis de la flexión en la escuadría de madera aserrada de 12 x 25 cm en C-18, en la combinación "G + Q" que resulta más desfavorable, y en las deformaciones en servicio. Tampoco se considerará K_{sys}. Las restantes comprobaciones se dejan al lector.

Propondremos un fuerte cosido mediante parejas de tirafondos de 10 mm de diámetro nominal a distancia eficaz de 187,5 mm, que puede corresponder a una separación de 150 mm en los cuartos extremos y de 300 mm en la mitad central del vano.



Puede ser interesante comparar los resultados con el anterior caso. Una comparación más precisa debería considerar la diferencia de pesos propios aunque también atendiendo a la posibilidad de la necesidad de masa para aislamiento acústico.

Con una media geométrica de 440,2 kg/m^3 entre densidades medias de ambas maderas, y a partir de las expresiones de SE-M se obtiene, para una pareja de tirafondos un módulo de deslizamiento de K_{ser} = 8031 N/mm. La rigidez unitaria es K_{unt} = 42,832 N/mm^2 para ELS y 28,555 N/mm^2 para ELU.

5.5.1. Análisis en ELU

Ambas maderas tienen el mismo K_{def}, también atribuible a la conexión debida al aplastamiento. Como ya se expuso, el análisis se simplifica pues los esfuerzos distribuidos en cada material son iguales tanto para módulos instantáneos como para módulos afectados por un mismo coeficiente de fluencia.

La acción de cálculo para la hipótesis "G + Q" y el máximo flector en el centro del vano son:

$q = (1{,}35 \times 4 + 1{,}5 \times 2)\ 0{,}5 = 4{,}20$ kN/m ; $M = 4{,}2 \times 6{,}3^2 / 8 = 20{,}837$ m kN

Tomando los módulos instantáneos resulta (K_{unt} = 28,555 N/mm^2 en ELU):

E_1A_1 = 195.000 kN ; E_2A_2 = 337.500 kN ; E_1I_1 = 40,6 kN ; E_2I_2 = 1.757,8 kN m^2

$EI_{min} = \Sigma EI$ = 1798,4 kN m^2 ; EI_{max} = 4579,2 kN m^2

γ_1 = 0,371 ; z = 15 cm ; a_1 = 12,354 cm ; a_2 = 2,646 cm ; EI_{ef} = 3137,8 kN m^2

Utilizando directamente la formulación en tensiones de EC-5 (sección de rectángulos en "T" con contacto) se obtiene para la escuadra de alma (material 2):

$$\sigma_2 = \frac{E_2\, a_2}{EI_{ef}} M = +1{,}581 N/mm^2 \quad ; \quad \sigma_{m,2} = \frac{E_2\, h_2}{2\, EI_{ef}} M = \pm 7{,}471 N/mm^2$$

Compruébese que se consigue un rendimiento de axial distribuido respecto del estado sin deslizamiento del 70,29 %.

El índice de agotamiento es, en este caso:

$$I_2 = \frac{1{,}3}{0{,}8}\left(\frac{1{,}581}{11} + \frac{7{,}471}{18}\right) = 0{,}908$$

El cálculo en caso de incendio como pieza mixta (si se mantiene la conexión) es análogo. Proponemos al lector comprobar un supuesto caso de incendio R-90, como pieza mixta, considerando exposición solamente en la cara inferior de la madera aserrada. El índice de agotamiento que resultaría en ésta es de I_2 = 0,625.

En caso de no considerarse capacitada la conexión en el incendio, el cálculo responde a un modelo de conexión nula. Ambas maderas trabajan en flexión simple, sin axial distribuido y la rigidez eficaz se reduce a la suma de rigideces (EI_{min}).

5.5.2. Análisis en ELS

El estudio también es más simple pues la rigidez eficaz a largo plazo, bajo la fluencia, es la correspondiente a la de respuesta instantánea dividida por "1 + K_{def}".

Evaluemos la rigidez instantánea utilizando, por tratarse de un estado de servicio, K_{unt} = 42,832 N/mm^2. El resumen de resultados es:

γ_1 = 0,469 ; a_1 = 11,802 cm ; a_2 = 3,198 cm ; EI_{ef} (ELS)= 3417,5 kN m^2

Esta rigidez eficaz a flexión representa un 74,63 % de la correspondiente al estado sin deslizamiento (EI_{max}).

Analicemos las exigencias de CTE.

a) Confort de usuarios

Para toda la sobrecarga de uso de q = 2 x 0,5 = 1 kN/m, la flecha instantánea es:

f = 5000 x 1 x 6,3^4 / (384 x 3417,5) = 6,0 mm <> L / 1050 < L / 350

b) Apariencia de la obra

La carga casi-permanente es: q = (4 + 0,3 x 2) x 0,5 = 2,3 kN/m, para la que resulta una flecha diferida por la fluencia de:

$$f = \frac{5.000 \times 2,3 \times 6,3^4}{384 \times 3.417,5}(1+0,8) = 24,8\,mm <> \frac{L}{254}$$

inferior al límite de "L/300" si se considera este aspecto.

c) Integridad de elementos constructivos

La flecha total a largo plazo tiene una componente de 24,8 mm (con fluencia) debida a la carga casi permanente y otra debida a la instantánea del resto de sobrecarga Δq = (1 – 0,3) x 2 x 0,5 = 0,7 kN/m. Por proporcionalidad puede evaluarse esta última mediante f = 6,0 x 0,7 / 1 = 4,2 mm.

La flecha total a largo plazo es por tanto: 24,8 + 4,2 = 29,0 mm.

Manteniendo como en el anterior ejemplo un supuesto de concarga de 1 kN/m^2 posterior a la tabiquería, cabe deducir la flecha instantánea para carga de (4 – 1) x 0,5 = 1,5 kN/m, que es de: 6,0 x 1,5 / 1 = 9,0 mm.

La flecha activa resulta ser:

f = 29,0 – 9,0 = 20,0 mm <> L / 315

que, a juicio de CTE, no es válida para tabiques ordinarios (ni frágiles), sólo para "resto de casos".

5.6. Conclusión

En la estructura mixta entre maderas o con el hormigón, ambos materiales son reológicos, incluso la conexión en tanto que depende de ellos. El estudio detallado de la evolución reológica es muy complejo, influyendo no pocas variables muy aleatorias y de difícil evaluación. La práctica habitual es abordarlo de manera simplificada, diferenciando estados iniciales e instantáneos sin fluencia y estados a largo plazo. El objetivo es conseguir un procedimiento de análisis relativamente simple a partir de una realidad muy compleja, que asegure una prudente envolvente de la respuesta estructural en el tiempo.

En este capítulo se ha expuesto un protocolo de análisis adaptado al CTE y fundamentado en la propuesta de A. Ceccotti, M. Fragiacomo y R. Gutkowski (2002 - Design of Timber-Concrete Composite Structures According to EC-5-2002 version). También se ha indicado como acotar aspectos con incertidumbre y de que manera el diseño puede enfrentarse a ellos.

El protocolo se muestra mediante ejemplos comentados, tanto en un caso madera-hormigón que resulta más laborioso por las diferentes reologías de los materiales (y la posibilidad de fisuración), como para un caso entre maderas con igual reología, mostrando entonces cómo se simplifica el procedimiento. En el caso del forjado mixto madera-hormigón se han indicado algunas conclusiones habituales en la respuesta de este tipo de estructura.
A partir de este protocolo, para cada caso concreto, podrán preverse las comprobaciones que resulten más condicionantes o que no sean necesarias. Igualmente, a partir de sus conceptos, podrá servir de referencia para otras comprobaciones que no se han incluido en los ejemplos.

El cuestionario propuesto tiene por finalidad el recordar algunos de los aspectos básicos y completar el conocimiento para el lector interesado.

Enunciados

Ejercicio nº 1

Respóndanse brevemente las siguientes cuestiones:

a) ¿Cuando resulta más rígida una misma conexión de clavijas verticales, con los materiales en contacto o separados?

b) ¿Cómo se puede conseguir mayor rigidez de conexión, con clavijas verticales o con clavijas inclinadas?

c) ¿Puede prescindirse en general del deslizamiento con uniones encoladas?. ¿En que otro caso de unión mecánica admite CTE: SE-M no considerarlo?

d) Con conectores distanciados "s" con módulo de deslizamiento "K_{ser}", ¿cuál es el parámetro fundamental de rigidez de la conexión?

Dos vigas mixtas tienen iguales secciones y la misma conexión flexible (iguales conectores y separación entre ellos) pero distintos vanos.

e) ¿Es igual la eficiencia de su respuesta respecto de la del estado sin deslizamiento?

Finalmente:

f) Citar los principales aspectos que el lector entienda como más diferenciales si se utiliza hormigón ligero en vez de hormigón convencional.

Ejercicio nº 2

Para el ejemplo desarrollado en el texto de forjado mixto madera-hormigón, propóngase una conexión de rigidez un 20 % superior (sin estudiar la resistencia ni los anclajes) mediante parejas de tirafondos de diámetro nominal 10 mm evaluando "K_{ser}" a partir de CTE: SE-M:

a) Con separación constante

b) Con separación en la mitad central del vano doble que en los cuartos extremos

Ejercicio nº 3

Los rendimientos respecto del estado sin deslizamiento son índices muy eficaces para el diseño condicionado por una conexión flexible. Otros ratios más simples y también prácticos para el predimensionado pueden ser el módulo resistente y la inercia equivalente referidos a la escuadría de la vigueta. DAV propone índices de este tipo, si bien en rigidez opta por un canto equivalente.

Para una viga simple de sección rectangular (ancho "b" y canto "h") el módulo resistente es "$W = b\,h^2 / n_1$" con donde "$n_1 = 6$"; la tensión máxima en flexión simple es $\sigma = M / W$. Por otra parte la rigidez a flexión es "$E\,I = E\,b\,h^3 / n_2$" con "$n_2 = 12$".

Determínese "n_1" para obtener el módulo resistente equivalente que ofrezca la tensión máxima en la vigueta de madera aserrada de 15 x 25 de los ejemplos del texto a partir del momento flector (global de la sección) y el "n_2" que ofrezca la rigidez o flecha equivalente:

a) Para el ejemplo de forjado mixto madera-hormigón.
b) Para el ejemplo con madera y ala en microlaminado.

En el caso madera-hormigón utilícese el estado final en combinación "G+Q" para la resistencia. Para las deformaciones utilícese la condición de apariencia de la obra (flecha diferida bajo carga casi permanente). Considerar como eficaz toda la sección de hormigón.

c) En el caso mixto entre maderas: ¿son análogos los índices bajo carga casi permanente y bajo carga instantánea?

Finalmente:

d) ¿Es riguroso analizar la capacidad resistente de la vigueta de madera a partir de su módulo resistente equivalente?

Ejercicio nº 4

El ejemplo de forjado mixto madera-hormigón del texto se realizó con una conexión de barras encoladas de 12 mm de diámetro a 14/28/14 cm. Considérese ahora una conexión de parejas de barras encoladas a distancias de 20 cm, valorándose también "K_{ser}" a partir de la expresión de A. Ceccotti (0,125 x $E_{0,m}$ x d).

a) Respecto del ejemplo del texto ¿en qué porcentaje se aumenta la rigidez de conexión?.
b) Porcentaje de mejora del axial distribuido respecto al del ejemplo del texto. Determinarlo solamente en el caso de módulos de elasticidad y deslizamiento instantáneos.
c) Porcentaje de mejora de la rigidez eficaz respecto al del ejemplo del texto. Determinarlo solamente con módulos diferidos por la fluencia.
d) Comentar brevemente los resultados.

Ejercicio nº 5

Supóngase que el ejemplo del texto para el caso de dos maderas (escuadra aserrada 15 x 25 cm en C-18 y ala de LVL de 26 x 5 cm) es una obra de reforma que se acomete sin apeo.

Se llevan a cabo algunas demoliciones y sustituciones de materiales y antes de entrar en funcionamiento la viga mixta, la escuadra de madera aserrada, por sí sola, está asumiendo una carga permanente de 2 kN/m^2. El resto de carga permanente, otros 2 kN/m^2, y la sobrecarga de uso (también de 2 kN/m^2) las asumirá la pieza mixta.

Admitiremos que la madera aserrada ha recuperado flecha estabilizándose en la diferida para la carga permanente de 2 kN/m^2 mayorada en un 20 % por pérdidas viscosas. Además, la madera aserrada ya no fluirá debido a esta carga permanente.

a) Calcular la flecha y el índice de agotamiento de la escuadra de madera aserrada antes de la entrada en funcionamiento.
b) Calcular el índice de agotamiento de la escuadra de madera para la combinación "G+Q" (sin considerar incendio).
c) Determinar la flecha por "apariencia de la obra".

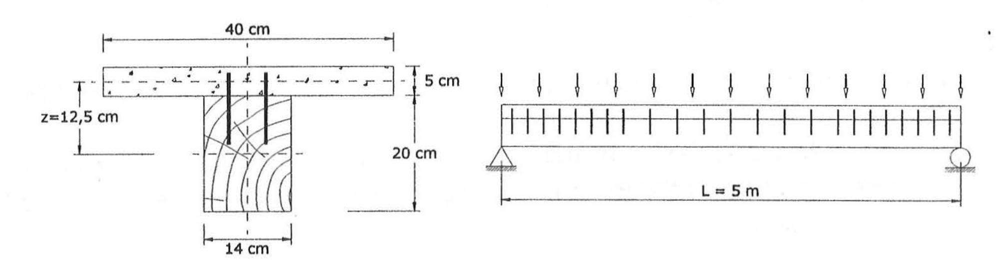
d) Determinar la flecha activa por "integridad de la tabiquería" en las mismas condiciones que las del texto.

e) Comentar brevemente los resultados.

Ejercicio nº 6

Es muy eficaz enfocar el diseño en base al rendimiento conseguido por la conexión flexible. Cabe enfocarlo en base al estado sin deslizamiento corregido por un rendimiento a partir del cual se diseña la conexión.

En la figura se muestra una viga mixta madera-hormigón que para cumplir la deformación por apariencia de la obra (en estado diferido con los módulos afectados por la fluencia) le hace falta tener una rigidez eficaz del 70 % de la del estado sin deslizamiento. Se considerará efectiva toda la sección de hormigón.



Los materiales son madera C-18 ($E_{0,m}$ = 9 kN/mm²) en "clase de servicio 1" con K_{def} = 0,6. y hormigón con $E_{c,i}$ = 27 kN/mm² y coeficiente de fluencia φ = 2,5.

Propóngase una conexión mediante barras encoladas verticales de 10 mm de diámetro, atendiendo solamente a su rigidez y evaluando "K_{ser}" a partir de la ecuación de A. Ceccotti (K_{ser} = 0,125 $E_{o,medio}$ d). Utilícese la expresión (Fdz. Cabo et al., ref. [28]):

$$\mu_1(d) = \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{EI_{ef}}{EI_{max}} = \frac{(\pi^2 + \Phi^2)(1-\alpha)}{\pi^2 + (1-\alpha)\Phi^2}$$

siendo:

$$1-\alpha = \frac{EI_{min}}{EI_{max}} = \frac{\sum EI}{EI_{max}} \quad ; \quad \Phi^2 = \frac{K_{unt}\, L^2}{(1-\alpha)\overline{EA}} \quad ; \quad \overline{EA} = E_1 A_1 E_2 A_2 / (E_1 A_1 + E_2 A_2)$$

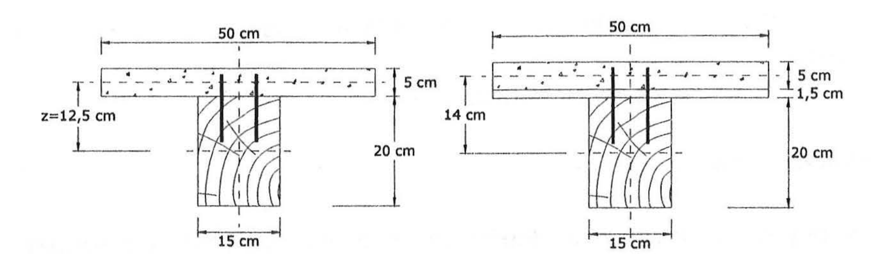
de las que se obtiene:

$$K_{unt} = \overline{EA}\,\frac{\pi^2}{L^2}\,\frac{\mu_1(d) - (1-\alpha)}{1-\mu_1(d)}$$

Ejercicio nº 7

Comparemos brevemente la respuesta con y sin separación de materiales manteniendo análogas secciones de éstos y la misma conexión.

Las secciones de la figura corresponden a dos vigas con 5,8 m de vano. Los materiales y sus secciones son análogas pero en un caso están en contacto y en el otro separados por un tablero que se considera sin efecto estructural.



En ambos casos se disponen parejas de barras encoladas de 12 mm de diámetro a 20 cm. Consideraremos madera C-24 y hormigón con módulo instantáneo E = 27 kN/mm² manteniendo su sección completa.

El módulo "K_{ser}" se evaluará a partir del la expresión simplificada de P. Gelfi et al. (2002) citada en el texto:

$$K_{ser} = 124.000\, d/(4{,}34 + t/d)^3$$

Simplifiquemos el estudio de resistencia al estado inicial en combinación "G+Q" con K_{mod} = 0,8.

En el caso de contacto de materiales, para un momento flector máximo de cálculo de 18 kN m, el índice de agotamiento en la escuadra de madera resulta ser: I = (1,3 / 0,8) x (3,096 / 14 + 5,593 / 24) = 0,771

a) Determínese este índice de agotamiento en la sección con separación de materiales.

A efectos de deformación, bajo el estado de carga casi permanente, con coeficientes de fluencia de φ = 3 en el hormigón y de K_{def} = 0,8 en la madera, se obtiene en el caso de contacto de materiales una rigidez eficaz a flexión de EI_{ef} = 1961,56 kN m² y una rígidez si no hubiese deslizamiento de EI_{max} = 2297,98 kN m².

b) Determínense estas rigideces a flexión en el caso de separación de materiales.

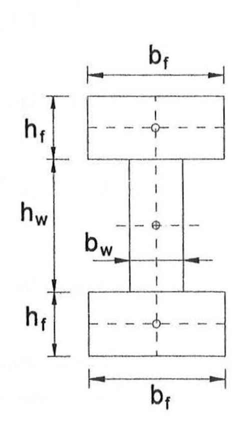
Ejercicio nº 8

Considérese el caso particular de sección en "I" doblemente simétrica representada en la figura.

Ambas conexiones entre alas y alma son iguales. Designaremos por "E_f" el módulo de elasticidad de las alas y por "E_w" el del alma.

a) Propóngase una expresión para la rigidez eficaz.

b) Propónganse expresiones para las tensiones originadas en cada material por el axial distribuido (σ_i) y los momentos distribuidos ($\sigma_{m,i}$) a partir de un flector positivo "M".



Soluciones

Ejercicio nº 1

a) Como se indica en el texto resulta más rígida con los materiales en contacto evitando la adicional flexión en el espacio libre.
b) Como también se indica en el texto se obtienen mayores rigideces con clavijas inclinadas en el sentido del rasante (conector de axial).
c) Como se expuso, las encoladuras ofrecen uniones muy rígidas pudiéndose despreciar el deslizamiento. Si la encoladura es plástica y se le demanda excesiva deformación debe considerarse el deslizamiento. Bajo ciertas condiciones también puede prescindirse de éste con clavijas inclinadas según CTE: SE-M.
d) Igualmente se expuso que el parámetro de rigidez de conexión es "K_{ser} / s" para el que se ha utilizado la designación "K_{unt}" en referencia a ser el módulo de deslizamiento del conector puntual por unidad de longitud a él tributaria.
e) Con mayor vano hay mejor eficiencia, se obtienen valores más altos de los coeficientes"γ" de penalización por deslizamiento. Puede igualmente apreciarse en los rendimientos "μ_i".
f) Los principales aspectos diferenciales que cabría citar serían menor peso propio y menor rigidez (menor módulo elástico) del hormigón ligero. La menor resistencia de éste es un factor menos determinante.

Ejercicio nº 2

a) Parejas de tirafondos d = 10 mm cada 139 mm

b) Parejas de tirafondos d = 10 mm a s_{min} = 111 mm en los cuartos extremos y a s_{max} = 222 mm en el semivano central.

Ejercicio nº 3

a) Mixto madera-hormigón: n_1 = 3,32 ; n_2 = 4,63

b) Mixto aserrada-LVL: n_1 = 4,07 ; n_2 = 6,17

c) Si, es un caso con proporcionalidad de módulos elásticos y de deslizamiento entre los estados instantáneos y diferidos.

d) Es práctico y aproximado pero no riguroso. Omite que cada material está bajo un estado de flexión compuesta, con flector y axial, frente a los cuales la madera tiene diferente resistencia (como esfuerzos simples). El agotamiento cabe realizarlo por suma de índices de agotamiento frente a cada esfuerzo (algunos autores consideran otro criterio). Sólo si hubiese igual resistencia a axial y a flexión resultaría exacta la comprobación.

Ejercicio nº 4

a) Aumento del 75 % en la rigidez de conexión respecto a la del ejemplo del texto.

b) El nuevo axial distribuido es de 85.102 N que representa un aumento del axial distribuido del 10,9 %.
c) La nueva rigidez eficaz con módulos afectados por la fluencia es de 2805,52 kN m² que representa un aumento del 10,8 %.
d) La conexión del ejemplo del texto ya suponía un aceptable acercamiento a la del estado sin deslizamiento. El fuerte aumento de la rigidez de conexión no supone una mejora notable.

Ejercicio nº 5

a) Estado previo

En el estado previo con sólo resistente la escuadra de madera aserrada hay una carga de q = 2 x 0,5 = 1 kN/m que mayorado supone 1,35 kN/m. El momento máximo es de M = 6,698 m kN y la tensión máxima de flexión $\sigma_{m,d}$ = 4,287 N/mm². Con K_{mod} = 0,6 correspondiente a carga permanente (en clase de servicio 2): I = 4,287 / (0,6 x 18 / 1,3) = 0,516.

La rigidez instantánea (E = 9 kN/mm²) de la escuadría de 15 x 25 es: E x I = 1757,81kN m². La flecha indicada en el ejercicio es: f = 1,2 x (1+0,8) x 5 x q x L^4 / (384 x E x I) = 25,2 mm.

b) Agotamiento de la madera aserrada en combinación "G + Q"

El conjunto mixto asume una carga de cálculo de: q = (1,35 x 2 + 1,5 x 2) x 0,5 = 2,85 kN/m.

En el ejemplo del texto, para el total de 4,20 kN/m, resultó un índice de 0,908. Por proporcionalidad con éste I(q = 2,85) = 0,908 x 2,85 / 4,20 = 0,616.

Sumando el del estado previo pero con K_{mod} = 0,8 correspondiente a la combinación "G+Q" se obtiene:

I = 0,616 + 0,516 x 0,6 / 0,8 = 1,003

c) Apariencia de la obra

La carga casi permanente que asume el conjunto mixto es q = (2 + 0,3 x 2) x 0,5 = 1,3 kN/m. Por proporción respecto del ejemplo del texto: f = 24,8 x 1,3 / 2,3 = 14,0 mm.

Añadiendo la del estado previo se obtiene una flecha por apariencia de la obra de:

f = 25,2 + 14,0 = 39,2 mm <> L/161

d) Flecha activa

La flecha total es la determinada para carga casi permanente y la instantánea producida en el conjunto mixto por el resto de la sobrecarga "(1 – 0,3) Q". Se obtuvo para ésta en el ejemplo del texto 4,2 mm. La flecha total a largo plazo es:

f = 25,2 + 14,0 + 4,2 = 43,4 mm

Descontemos las flechas instantáneas de las cargas permanentes hasta después de la puesta en obra de la tabiquería que en acuerdo con el ejemplo del texto son de 3 kN/m². La flecha previa 25,2 mm corresponde a 2 kN/m². Los restantes 1 kN/m² (q = 0,5 kN/m/vigueta) asumidos

por el conjunto mixto suponen una flecha de f = 6,0 x 0,5 / 1 = 3,0 mm por proporcionalidad con la obtenida en el texto.
La flecha activa (que resulta menor) es:

f = (25,2 + 14,0 + 4,2) – (25,2 + 3,0) = 15,2 mm <> L / 414

e) Comentarios

Sin el apeo empeora la comprobación de resistencia de la escuadra aserrada y disminuye la del refuerzo de LVL y de la resistencia de los conectores.

A efectos de deformación empeora la condición de apariencia de la obra y mejora la de flecha activa. La condición de confort de usuarios es análoga pues en ambos casos es la respuesta instantánea del conjunto mixto frente a la sobrecarga de uso.

La carga permanente previa de 2 kN/m², asumida exclusivamente por la escuadría de madera serrada, supone una flecha de 25,2 mm, estabilizada en la fluencia, que no interviene en la flecha activa.

Ejercicio nº 6

Los módulos afectados por la fluencia son de 7.714,29 N/mm² para el hormigón y de 5625,00 N/mm² para la madera. Los parámetros de sección resultan ser:

$$\overline{EA} = 77.938,17\,kN \;;\; \sum EI = 557,14\,kN\,m^2 \;;\; EI_{\max} = \sum EI + z^2\,\overline{EA} = 1774,92\,kN\,m^2$$
$$\alpha = 0,6861 \;;\; (1-\alpha) = 0,3139$$

Para un rendimiento de $\mu_1(d) = 0,7$ se obtiene:

$$K_{unt,def} = \frac{77.938,17\times10^3\times\pi^2}{5.000^2}\,\frac{0,7-0,3139}{1-0,7} = 39,60\,N/mm^2$$

A esta rigidez de conexión en estado diferido le corresponde sin fluencia un K_{unt} = (1 + 0,6) x 39,60 = 63,36 N/mm².

Con barras encoladas de 10 mm es K_{ser} = 0,125 x 9.000 x 10 = 11.250 N/mm. La separación eficaz o equivalente necesaria es:

s_{ef} = 11.250 / 63,36 = 177,6 mm

Ejercicio nº 7

a) El índice de agotamiento es I = (1,3 / 0,8) x (2,658 / 14 + 6,063 / 24) = 0,719 que representa poca ganancia.

Comentarios: En el caso de contacto entre materiales todo el hormigón resulta comprimido. En el caso de separación hay una tracción máxima en éste de 0,531 N/mm².

b) La rigidez sin deslizamiento sería EI_{max} = 2368,52 kN m²; un 17 % superior al caso de contacto de materiales. La rigidez eficaz resulta ser EI_{ef} = 1761,18 kN m²; prácticamente igual.

Ejercicio nº 8

a) Para el caso planteado, identificando por "2" el alma y por "1 y 3" las alas.

$$\gamma_2 = 1 \;\; ; \;\; \gamma_1 = \gamma_3 = \gamma = \frac{1}{1 + \dfrac{\pi^2\, b_f\, h_f}{k_{unt}\, L^2}} \;\; ; \; k_{unt} = \frac{K_{ser}}{s}(\text{en ELS}) \;\; ; \;\; k_{unt} = \frac{2}{3}\frac{K_{ser}}{s}(\text{en ELU})$$

$$a_2 = 0 \;\; ; \;\; a_1 = a_3 = \frac{h_f + h_w}{2}$$

La rigidez eficaz puede expresarse mediante:

$$EI_{ef} = \frac{E_w\, b_w\, h_w^3 + 2\, E_f\, b_f\, h_f^3}{12} + \frac{\gamma\, E_f\, b_f\, h_f\,(h_f + h_w)^2}{2}$$

b) Las tensiones requeridas son:

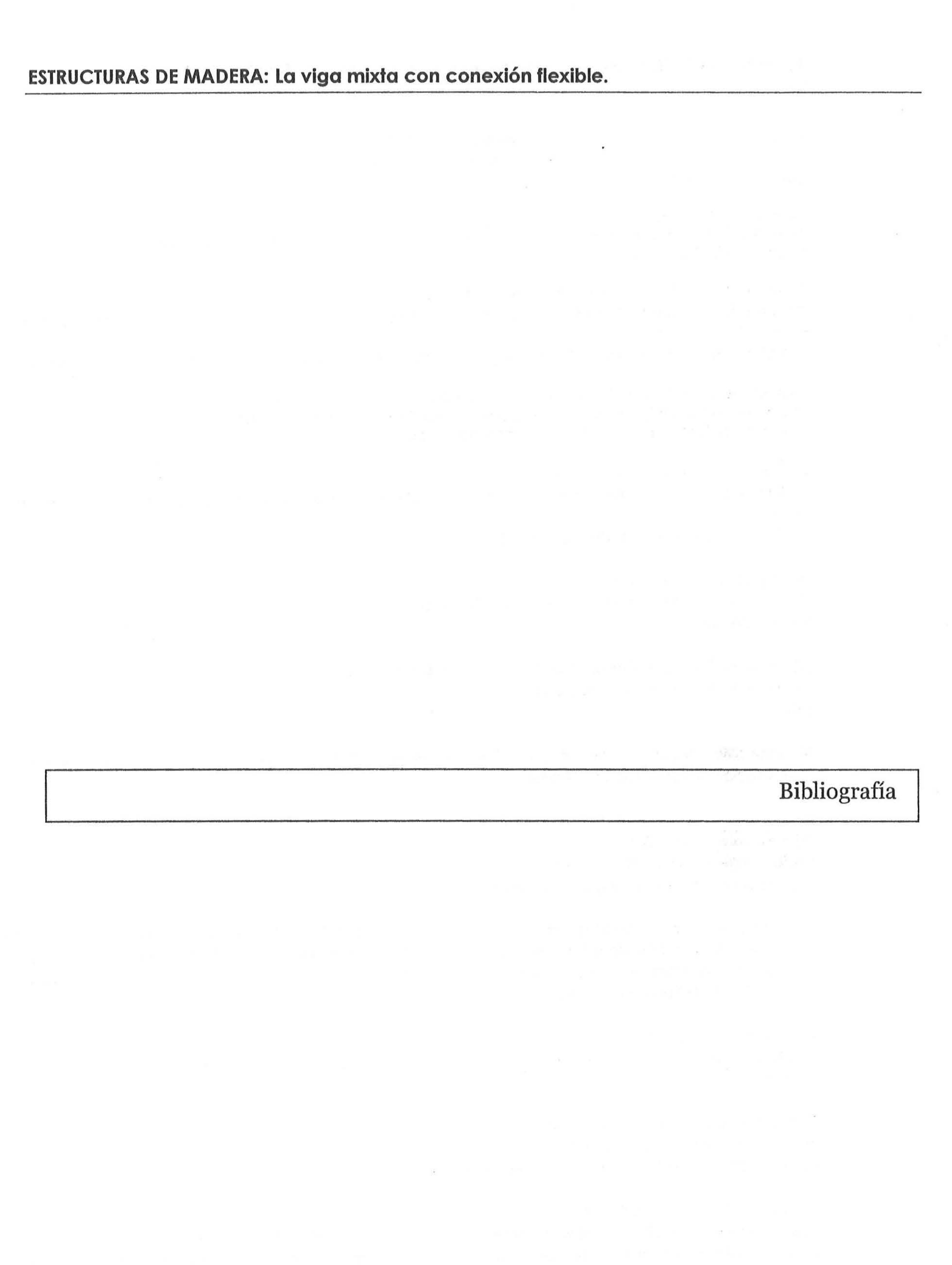
- En el alma:

$$\sigma_2 = 0 \;\; ; \;\; \sigma_{m,2} = \pm \frac{E_w\, h_w}{2\, EI_{ef}} M$$

- En las alas:

$$-\sigma_1 = \sigma_3 = \frac{\gamma\, E_f}{EI_{ef}} \frac{h_f + h_w}{2} M \;\; ; \;\; \sigma_{m,2} = \pm \frac{E_f\, h_f}{2\, EI_{ef}} M$$

Los esfuerzos distribuidos se muestran cualitativamente en la figura.



Bibliografía

[1] Aicher, S; Klöck, W; Dill-Langer, G. y Radovic, B. (2003).
"Nails and nailplates as shear connectors for timber-concrete composite constructions".
Otto-Graf-Journal, Vol 14, 2003, pp 189-209.

[2] Amadio, C. (1990).
"Elementi finite per lo studio flessionale elastico di travi composte di connessioni deformabili".
Costruzioni Metalliche nº6, 1990.

[3] Amadio, C; Di Marco R. y Fragiacomo, M. (1999).
"A linear finite element model to study creep and shrinkage effects in a timber-concrete composite beam with deformable connections".
1st RILEM Symposium on Timber Engineering, September 1999, Stockholm, Sweden. Proceedings, pp 263-271.

[4] Amadio, C; Fedrigo, F; Fragiacomo, M; Pozzetto, O; Ceccotti, A. y Di Marco, R. (2000).
"Modellazione e comportamento a lungo termine delle travi composte legno-calcestruzzo".
IV Workshop Italiano sulle Construzioni Composte; Palermo.

[5] Amadio, C; Fragiacomo, M. (1993)
"A finite element model for the study of creep and shrinkage effects in composite beams with deformable shear connections".
Costruzioni Metalliche nº4, 1993, pp. 213-228.

[6] Argüelles Álvarez, R. (1975).
"La estructura metálica hoy (Tomo I vol. 1º)" (2ª edición).
Editorial Bellisco.

[7] Argüelles Álvarez, R; Arriaga Martitegui, F. y Martinez Calleja, F. (2000).
"Estructuras de madera, diseño y cálculo".
AITIM.

[8] Arriaga Martitegui, F; Peraza Sánchez, F; Esteban Herrero, M., Bobadilla Maldonado, I. y García Fernández, F. (2002).
"Intervención en estructuras de madera".
AITIM.

[9] Ávila Jalvo, J.M. (2003)
"Refuerzo de forjados antiguos: I-Madera"
Instituto Juan de Herrera (cuaderno nº 147.01)

[10] Ávila Jalvo, J. M; Fernández Cabo, J. L; Díez Barra, R; Ávila Nieto, M; Ávila Nieto, J. y Fernández Lavandera, J. (2008)
"Definición de un Protocolo para la Rehabilitación de Forjados de Madera Mediante Conexión con la Nueva Capa de Compresión de Hormigón. Implementación del protocolo en un programa informático de Visual.Net". Proyecto I+D_BIA2004_07317 en curso. ETSAM.

[11] Barbisan, U. y Laner, F. (1994)
"I solai in legno: soluzioni tradizionali, elementi innovati, esempli di dimensionamento".
EDILIZIA.

[12] Bathon, L. A. y Graf, Markus (2002).
"A wood-concrete-composite system".
University of Applied Sciences Wiesbaden, Germany.

[13] Blaβ, H.J. y Laskewitz, B. (2000)
"Load-carrying capacity oj joints with dower-type fasteners and interlayers".
International Council for Research and Innovation in Buildings and Construction. Working Commision W18-Timber Structures.
The Netherlands, 2000.

[14] Bou Said, E; Jullien, J. F. y Ceccotti. A. (2004).
"Long term modelling of timber-concrete composite structures in variable climates".
WCTE 2004, Lathi, Finland.

[15] Ceccotti, A. (1995).
"Lecture E13: Timber-concrete composite structures."
In STEP 2.Timber Engineering. Centrum Hout. The Netherlands. E13/1-12.

[16] Ceccotti, A; Fragiacomo, M. y Gutkowski, R. (2002).
"Design of Timber-Concrete Composite Structures According to EC-5-2002 version".
International Council for Research and Innovation in Building and Construction. Proceedings at the Colorado State University´s meeting, USA. 2002. Ref.: CIB-W18/35-15-6.

[17] Ceccotti, A; Fragiacomo, M. y Gutkowski, R. (2006).
"Long-term and collapse tests on a timber-concrete composite beam with glued-in connection".
RILEM 2006.

[18] Clouston, P; A. Bathon L. y Schreyer, A. (2005).
"Shear and bending performance of a nove wood-concrete composite system".
Journal of Structural Engineering, ASCE, September 2005; pp. 1404-1412.

[19] Comité Européen de Normalisation (CEN) ; 1995.
"Eurocode 4: Design of Composite Steel and Concrete Structures. Part 1.1: General rules and rules for buildings". prEN 1994-1-1.
Bruxelles, Belgium.

[20] Comité Européen de Normalisation (CEN) ; 1995.
"Eurocode 5—Design of timber structures—Part 1-1: General rules and rules for buildings". ENV 1995-1-1.
Bruxelles, Belgium.

[21] Comité Européen de Normalisation (CEN) ; 1996.
"*Eurocode 5*—Design of timber structures—Part 2: Bridges". *ENV 1995-2.*
Bruxelles, Belgium.

[22] Comité Européen de Normalisation (CEN) ; 2003.
"*Eurocode 5*—Design of timber structures—Part 1-1: General rules and rules for buildings". *prENV 1995-1-1.*
Bruxelles, Belgium.

[23] Consejo Superior de los Colegios de Arquitectos de España (2007)
"Aplicación del Código Técnico de la edificación. Aplicación a edificios de uso residencial-DAV. Seguridad Estructural Madera, CTE-SE-M."

[24] Dias, A. (2005)
"Mechanical Behaviour of Timber-Concrete Joints".
Ph. D. Thesis (2005). Delft University.

[25] Eurocódigo 2: Proyecto de estructuras de hormigón. Parte I-I: Reglas Generales y Reglas para Edificación (UNE – ENV 1992 –I – I). Parte 2: Puentes de Hormigón (UNE – ENV 1992-2).
AENOR.

[26] Fernández Cabo, J.L.; Ávila Nieto, M. y López Rodríguez, G. (2006).
"A parametric study on the load-bearing of a dowel connection under static load: the definition and variables of the optimal slenderness"
Proceedings of the 9th World Conference on Timber Engineering (WCTE-2006).

[27] Fernández Cabo, J. L.; Fernández Lavandera, J.; Ávila Jalvo, J. M. (2006)
"Wood-concrete and wood-wood mixed beams: a rational basis for selecting the connections".
Proceedings of the 9th World Conference on Timber Engineering (WCTE-2006).

[28] Fernández Cabo, J.L.; Fernández Lavandera, J.; Ávila Jalvo, J. M. (2008)
"Wood-concrete and wood-wood mixed beams: a rational basis for selecting the connections".
Journal of Structural Engineering, ASCE March 2008; pp. 440-447

[29] Fernández Lavandera, J. (2007)
"Estructura mixta de madera con unión flexible".
Trabajo tutelado de doctorado. UPM. Tutor: J. L. Fernández Cabo.

[30] Finnforest, SFSintec ®: www.finnforest.com

[31] Gelfi, P.; Giurani E. y Marini A. (2002).
"Stud shear connection design for composite concrete slab and wood beams".
Journal of Structural Engineering, ASCE December 2002; pp. 1544-1550.

[32] Hilti: www.hilti.es

[33] Jorge, L. (2005)
"Timber-Concrete Composite Structures using LWAC (en portugués)".
Ph. D. Thesis. Coimbra University. 2005.

[34] Kreuzinger, H. (1995).
"Lecture B11: Mechanically Jointed Beams and Colums". In STEP 1.Timber Engineering.
Centrum Hout. The Netherlands. B11/1-8

[35] Kuhlmann, U. y Schänzlin, J. (2004).
"Time dependent behaviour of timber-concrete-composite structures".
WCTE 2004, Lathi, Finland; pp 323-328.

[36] Linden, Mario Van der. (1999).
Timber-Concrete Composite Floor Systems. Delft University Press.
Publication about the Ph.D Thesis by Technische Universiteit Delft; directed by: J.W.G. Van der Kuilen .

[37] Lopes, S. M. R; Dias, A. M. G. y Cruz, H.M.P. (2004).
"Behaviour of timber concrete composite slabs".
Journal of the Institute of Wood Science, vol. 16 nº 5, summer 2004, pp 285-294.

[38] Mantilla Carrasco, E. (1999).
"Behaviour of composite timber-concrete beams".
University of Minas Gerais, Brazil. 1st RILEM Symposium on Timber Engineering, September 1999, Stockholm, Sweden.
Proceedings, pp 571-580.

[39] Mascia, N. T. y Soriano, J. (2004).
"Benefits of timber-concrete composite action in rural bridges".
Materials and Structures, Vol 37, March 2004, pp 122-128.

[40] Martínez Calzón J. y Ortiz Herrera J. (1978)
"Construcción mixta hormigón-acero".
Editorial Rueda.

[41] Ministerio de Fomento, Secretaría General Técnica.
Instrucción de Hormigón Estructural EHE (1999). Instrucción para el proyecto y la ejecución de forjados unidireccionales de hormigón estructural realizados con elementos prefabricados EFHE (2003).

[42] Ministerio de Vivienda. (2006).
Código Técnico de la Edificación. Libro 6. Seguridad Estructural: Madera. (SE-M).
Imprenta Nacional del Boletín Oficial del Estado. Madrid.

[43] Natterer, J; Chi-Jen Chen (1999).
"Concepts and applications of mixed timber-concrete structures in multi-story buildings".
International Conference on Effective Utilization of Plantation Timber, May 1999, Chi-Tou, Taiwan.

[44] Natterer J.; Sandoz, J.L., Rey, M. (2004).
Construction en bois (10ª ed.).
Presses Polytechnique et Universitaires Romandes (Politechnique Fédérale de Lausanne).

[45] Newmark, N.M., Siess, C.P., Viest, I.M. (1951).
"Test and analysis of composite beams with incomplete interaction".
Proceedings, Society for Experimental Stress Analysis, V1. 9, Nº 1, 75-92.

[46] Noponen, S; Jutila, A. (1996).
"Wood-concrete composite bridges: example drawings for timber bridges".
Helsinki University of Technology, Laboratory of Bridge Engineering. Nordic Timber Bridge Project; Nordic Wood.

[47] Norlin, B. (1993).
"Two-Layered Composite Beams with Non-linear Connectors and Geometry–Test and Theory".
Publication about the Ph.D. by Royal Institute of Technology Stockholm; directed by: Blass, H.J.; Vrouwenvelder, A.C.W.M.; Wardenier, J. 107 pp.

[48] Pozo Vindel, F. del (2000)
"Título 4° Cálculo de secciones y elementos estructurales. Estado límite últimos. Cortante" en *"La EHE explicada por sus autores".*
Leynfor, Siglo XXI. Pp. 143-154.

[49] Racher, P. (1995)
"Lecture C1: Mechanically timber joints - General". In STEP 1. Timber Engineering.
Centrum Hout. The Netherlands. C1/1-10.

[50] Reza Salari M. y Spacone, E. (2001).
"Analysis of steel-concrete composite frames with bond-slip".
Journal of Structural Engineering, ASCE, November 2001; pp. 1243-1250.

[51] Reza Salari M.; Spacone, E.; Benson, P. Shing; Frangopol, Dan . (1998)
"Nonlinear Analysis of Composite Beams with Deformable Shear Connectors".
Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 124, N° 10, October 1998; pp. 1148-1158.

[52] Stojić, D. y Cvetković (2201).
"Analysis of a composite timber-concrete structures according to the limit states".
Facta Universitatis, Series: Architecture and Civil Engineering. Vol. 2, N° 3, 2001, pp 169-184.

[53] Tecnaria ®: www.refuerzo-forjados.com

[54] Tommola, J. y Jutila, A. (2001).
"Analysis of Wood-Concrete Composite Girder with Discrete Shear Connectors".
Proceedings of the IABSE conference on Innovative Wooden Structures and Bridges; Lathi, Finland; august 29-31, 2001. pp.-293-296.

[55] Turrini G. y Piazza M. (1983).
"Una tecnica di recupero statico dei solai in legno".
Recuperare n° 5-6-7; Milán, Italia.

[56] UNE EN 26891:1991. Estructuras de Madera. Uniones realizadas con elementos de fijación mecánicos. Principios generales para la determinación de las características de resistencia y deslizamiento. (ISO 6891:1983).

[57] Volz, M; Winter, W; Herzog, T; Natterer, J. y Schweitzer, R. (2005)
"Construire en bois".
Presses Polytechnique et Universitaires Romandes, Lausanne.

NOTAS

NOTAS

NOTAS

CUADERNO

262.01

CATÁLOGO Y PEDIDOS EN

cuadernos.ijh@gmail.com
info@mairea-libros.com

ISBN 978-84-9728-275-8

